

УДК 621.927
МРНТИ 53.37.15
<https://doi.org/10.31643/2018/6445.34>

Комплексное использование
минерального сырья. № 4. 2018.
ISSN 2616-6445 (Online), ISSN 2224-5243 (Print)

*В. П. МАЛЫШЕВ**, *А. М. МАКАШЕВА*, *Д. А. КАЙКЕНОВ*, *Ю. С. КРАСИКОВА*

*Химико-металлургический институт имени Ж. Абишева, Караганда, Казахстан,
e-mail: eia_hmi@mail.ru

РАЗРАБОТКА ВЕРОЯТНОСТНОЙ ТЕОРИИ САМОИЗМЕЛЬЧЕНИЯ РУД

Received: 08 August 2018 / Peer reviewed: 17 September 2018 / Accepted: 01 October 2018

Резюме. Целью работы является создание общей теории самоизмельчения, учитывающей воздействие крупных кусков в качестве саморазрушающихся, мелющих и измельчаемых тел. Наиболее сложный из широко применяющихся процессов механической деструкции вещества – процесс самоизмельчения рудных материалов – рассмотрен в рамках разрабатываемой авторами вероятностной теории, включающей по аналогии с молекулярной теорией соударений вероятностное воздействие концентрационного, стерического, активационного и частотного факторов и по подобию с кинетикой последовательных необратимых реакций неограниченного порядка – строгое решение системы дифференциальных уравнений по скорости разрушения и накопления каждой фракции. Применительно к процессу самоизмельчения потребовалось дополнение этих подходов энергостохастической теорией саморазрушения крупных фракций при падении в водопадном режиме работы мельницы, что позволило создать общую математическую модель, учитывающую воздействие крупных кусков в качестве саморазрушающихся, мелющих и измельчаемых тел. Расчеты на основе полученной модели позволили теоретически обосновать известное из практики работы мельниц самоизмельчения образование так называемых «кусков критической крупности», не способных служить ни в качестве мелющих, ни в качестве измельчаемых тел и подлежащих выводу из процесса. Помимо этого, показано, что благодаря «эстафетной» передаче функций мелющих тел от более крупных фракций к образующимся в результате их саморазрушения и разрушения формируется более равномерное распределение фракций, характерное для работы таких мельниц. Тем самым вероятностная модель самоизмельчения может быть использована для анализа, прогнозирования и управления данным процессом.

Ключевые слова: вероятностная теория, руда, самоизмельчение, шаровая мельница, саморазрушение, математическое моделирование, мелющие тела

Введение. Целью работы является создание отсутствующей до сих пор общей теории самоизмельчения, учитывающей воздействие крупных кусков в качестве саморазрушающихся, мелющих и измельчаемых тел. Наиболее сложный из широко применяющихся процессов механической деструкции вещества – процесс самоизмельчения рудных материалов – рассмотрен в рамках разрабатываемой авторами вероятностной теории, включающей по аналогии с молекулярной теорией соударений вероятностное воздействие концентрационного, стерического, активационного и частотного факторов и по подобию с кинетикой последовательных необратимых реакций неограниченного порядка – строгое решение системы дифференциальных уравнений по скорости разрушения и накопления каждой

фракции. Применительно к процессу самоизмельчения потребовалось дополнение этих подходов энергостохастической теорией саморазрушения крупных фракций при падении в водопадном режиме работы мельницы, что позволило создать общую математическую модель, учитывающую воздействие крупных кусков в качестве саморазрушающихся, мелющих и измельчаемых тел.

Процесс самоизмельчения в водопадном режиме работы мельницы состоит в использовании очень крупных фракций материала в качестве мелющих тел подобно шаровой нагрузке. Поэтому все ранее сделанные выкладки для частотного, стерического, активационного и концентрационного факторов [1] остаются без изменений с заменой обозначений диаметра шара ($d_{ш}$) на диаметр крупного куска (d_k), массы шара ($m_{ш}$) на массу

крупного куска (m_k), общей массы шаров в мельнице (G_m) на общую массу крупных кусков (G_k), плотности шара (γ_m) на плотность куска руды (γ_k), причем последняя равна плотности измельчаемых зерен руды (γ_3). В первом приближении процесс самоизмельчения можно описать без учета разрушения крупных кусков, что в любом случае необходимо для формирования базовых зависимостей данного процесса.

Базовые зависимости самоизмельчения (без учета разрушения мелющих кусков). Частотный фактор остается неизменным:

$$Z = \frac{2\omega}{1 + 2\omega\sqrt{2D/g}}, \text{ с}^{-1}, \quad (1)$$

где ω – частота вращения мельницы, с^{-1} ; D – внутренний диаметр мельницы, м; g – ускорение силы тяжести, $\text{м}/\text{с}^2$.

В стерическом (пространственно-ориентационном) факторе шаровые значения заменяются на кусковые:

$$P_{\text{ст}} = 4 \left[\frac{d_j}{d_k} - \left(\frac{d_j}{d_k} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где $P_{\text{ст}}$ – вероятность попадания куска в зерно, д. ед.; d_j – средний диаметр зерен в j -ой фракции, м.

Активационный фактор – вероятность разрушения зерна при ударе в него куска:

$$P_a = \exp \left[- \frac{E_a}{RT + 0,5MgD(d_k/d_j)^3} \right], \quad (3)$$

где E_a – энергия активации разрушения зерна при ударе (в первом приближении равная теплоте плавления материала руды), Дж/моль; R – газовая постоянная, Дж/(моль·К); T – абсолютная температура процесса, К; M – средняя молекулярная масса материала руды, кг/моль.

Концентрационный фактор – вероятность совместного присутствия куска и измельчаемых зерен в любом месте хаотизированной смеси – рассчитывается через произведение объемных долей всей массы кускового материала (G_k , кг), всей массы зернового материала (G_3 , кг) и воды (G_b , кг) с учетом текущего содержания j -ой

фракции P_j (д. ед.) – единственной переменной в течение процесса измельчения, а также баланса массы руды $G_p = G_k + G_3$ и $\gamma_p = \gamma_3 = \gamma_k$:

$$P_{\text{конц}} = \frac{G_k G_3 P_j}{(G_p/\gamma_p + G_b/\gamma_b)^2 \gamma_p^2}. \quad (4)$$

В результате константа скорости убыли j -ой фракции выразится как:

$$k_j = \frac{8[d_j/d_k - (d_j/d_k)^2] \omega G_k G_3}{(1 + 2\omega\sqrt{2D/g})(G_p/\gamma_p + G_b/\gamma_b)^2 \gamma_p^2} \times \exp \frac{-E_a}{RT + 0,5MgD(d_k/d_j)^3}, \text{ с}^{-1}. \quad (5)$$

Для сухого измельчения доля воды просто обнуляется заданием $G_b = 0$.

Изменение доли каждой фракции с учетом прибавления соответствующих по размеру осколков от разрушения предыдущих фракций P_n подчиняется той же самой интегральной формуле, которая справедлива для шарового измельчения и получена путем решения системы из n дифференциальных уравнений по скорости убыли-прибыли каждой фракции подобно тому, как это делается для описания кинетики необратимых последовательных реакций с неограниченным числом стадий [2]:

$$P_n = P_{0n} e^{-k_n \tau} + \sum_{j=1}^{n-1} P_{0j} \prod_{i=1}^{n-1} k_j \sum_j^n \frac{e^{-k_j \tau}}{\prod_{i=1, i \neq j}^n (k_i - k_j)}, \quad (6)$$

где P_{0j} – исходное содержание фракций вплоть до P_n , д. ед.; τ – продолжительность процесса, с. Здесь первое слагаемое учитывает остаточную долю фракций d_n от собственного разрушения, а второе слагаемое – накопление этой фракции через осколки от предыдущих фракций.

Мелющий материал может быть представлен набором крупных фракций со средними размерами $d_{k,i}$ и тогда учет их воздействия на константу скорости будет подобен тому, как это осуществлялось для смеси шаров разного размера по аналогии с константами скоростей для параллельных реакций [1] в суммарном виде для l фракций мелющих тел:

$$k_j = \sum_{i=1}^l \frac{8[d_j/d_{\kappa,i} - (d_j/d_{\kappa,i})^2] \omega G_{\kappa} G_s}{(1+2\omega\sqrt{2D/g})(G_p/\gamma_p + G_6/\gamma_6)^2 \gamma_p^2} \times P_y = 0,5 \left(\frac{d\gamma gh}{3\rho_y} \right)^6 \quad (9)$$

$$\times \exp \frac{-E_a}{RT+0,5MgD(d_{\kappa,i}/d_j)^3} c^{-1}, \quad (7)$$

В принципе, полученные выражения можно использовать непосредственно для описания самоизмельчения кусками определенного размера, практически не подверженными разрушению при падении с некоторых высот. Однако в общем случае, как подчеркивает автор [3], существенное отличие работы мельниц в режиме самоизмельчения состоит в том, что «... крупные куски измельчают более мелкие и измельчаются сами». Следовательно, эти мелющие тела, в отличие от шаров и стержней, являются достаточно быстро расходуемыми в каждом цикле соударений, и это требует учета в рамках вероятностной теории.

Самоизмельчение с учетом саморазрушения.

Процесс разрушения кусковых тел при падении на ударную площадку довольно подробно рассмотрен авторами [4] с точки зрения предложенной ими энерго-стохастической теории прочности. В этой теории в рамках энергетического подхода к рассмотрению процесса разрушения материалов использовано широко известное распределение Вейбулла для отображения формы зависимости по выходу целых кусков (тождественно равному вероятности их сохранности) от приложенной энергии разрушения. Для удара, как и при выражении активационного фактора, принято эквивалентным превращение потенциальной энергии mgh в энергию удара. При этом сохранность кусков (неразрушенная доля) подчиняется зависимости [4]:

$$P_y = 0,5 \left(\frac{2d\gamma_n gh}{\pi\rho_y} \right)^6, \quad (8)$$

где d – диаметр куска, м; γ_n – насыпная масса, кг/м³; g – ускорение силы тяжести, м/с²; ρ_y – удельная энергия поверхности разрушения, Дж/м². Переводя насыпную массу в плотность по формуле $\gamma_n = \pi/6$, получим:

В этой модели ключевой характеристикой является ρ_y , которая обычно определяется экспериментально на основе обращенной формулы (9):

$$\rho_y = \frac{d\gamma gh}{3} \left(\frac{\ln 0,5}{\ln P_y} \right)^{1/6} \quad (10)$$

путем подстановки туда опытных значений P_y при сбрасывании кусков любого размера d с произвольной высоты h , поскольку удельная энергия поверхности разрушения является для однородного материала величиной постоянной.

Для различных материалов эта величина варьируется в очень широких пределах, от 500 Дж/м² для окатышей и брикетов, 5000 Дж/м² для агломерата [4] и до $1,25 \cdot 10^6$ Дж/м² для бетона. Для кварцевой руды ρ_y не определялась, но она, скорее всего, ближе к характеристикам бетона, так как рудные минералы пустой породы по составу подобны силикатным соединениям бетона.

Для оценки сохранности кусков руды в реальном интервале размеров d_{κ} от 0,3 до 0,6 м при падении с высоты 10-13 м, соответствующей диаметру мельниц самоизмельчения, примем величину удельной энергии поверхности разрушения кусков равной $1 \cdot 10^5$ Дж/м². С учетом плотности руды $\gamma = 2650$ кг/м³ формула (9) примет вид:

$$P_y = 0,5 \left(8,662 \cdot 10^{-2} d_{\kappa} h \right)^6 \quad (11)$$

По этой формуле можно рассчитывать выход целых кусков (их сохранности) при однократном падении. Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Практическая неразрушаемость материала в рассмотренных условиях тем не менее выявляет ее заметную зависимость в пределах от 1 до 0,94 (в интервале 6 %) от высоты падения и от размера куска. При всей слабости этих зависимостей они на самом деле будут давать для многократных падений сколь угодно низкую сохранность, вплоть до 0.

Таблица 1 – Зависимость выхода целых кусков (сохранности) при однократном падении с различных высот

$d_k, \text{ м}$	0,3				0,4			
$h, \text{ м}$	10	11	12	13	10	11	12	13
P_y	0,99978	0,99962	0,99936	0,99897	0,99880	0,99788	0,99643	0,99423
$d_k, \text{ м}$	0,5				0,6			
$h, \text{ м}$	10	11	12	13	10	11	12	13
P_y	0,99544	0,99193	0,98643	0,97820	0,98643	0,97609	0,96003	0,93619

Повторность воздействия удара при падении кусков должна подчиняться вероятности последовательных событий путем перемножения вероятностей элементарных (однократных) событий, что в данном случае эквивалентно возведению P_y в степень, равную числу повторностей. Она может быть выражена через частоту вращения мельницы, умноженную на продолжительность, $\omega\tau$, и тогда сохранность кусков к любому моменту времени τ может быть найдена как

$$P_{y\tau} = P_y^{\omega\tau}, \quad (12)$$

или с подстановкой сюда равенства (9) как:

$$P_{y\tau} = \left[0,5 \left(\frac{d_k \gamma_p g h}{3\rho_y} \right)^6 \right]^{\omega\tau} = 0,5^{\omega\tau} \left(\frac{d_k \gamma_p g h}{3\rho_y} \right)^{6\omega\tau}. \quad (13)$$

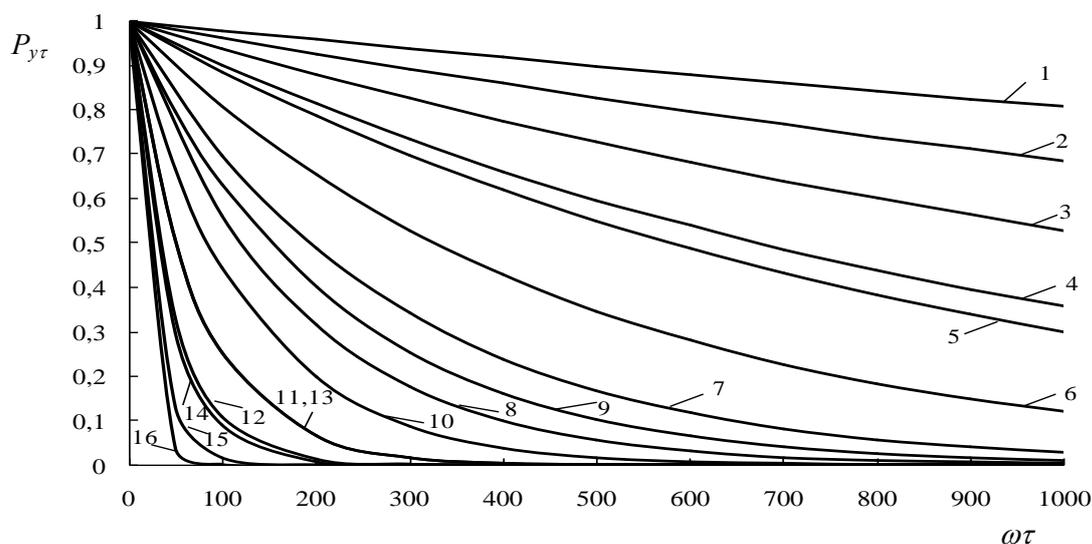
Для иллюстрации приведем результаты расчетов (таблица 2) по этой формуле при значениях $\rho_y = 1 \cdot 10^5 \text{ Дж/м}^2$ и $\gamma_p = 2650 \text{ кг/м}^3$ при вариации кратности падения – $\omega\tau$, диаметра кусков d_k и высоты падения h по расчетной формуле:

$$P_{y\tau} = 0,5^{\omega\tau} (8,662 \cdot 10^{-2} d_k h)^6. \quad (14)$$

 Таблица 2 – Зависимость выхода целых кусков (сохранности) при многократном ($\omega\tau$) падении кусков размером d_k с различных высот h

$d_k, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	$P_{y\tau}$ при $\omega\tau$									
		100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
0,3	10	0,979	0,958	0,938	0,918	0,899	0,878	0,861	0,843	0,825	0,808
	11	0,963	0,927	0,893	0,860	0,828	0,797	0,767	0,739	0,712	0,685
	12	0,938	0,880	0,826	0,775	0,727	0,682	0,640	0,601	0,564	0,529
	13	0,902	0,814	0,734	0,662	0,597	0,539	0,486	0,439	0,396	0,357
0,4	10	0,887	0,787	0,698	0,619	0,549	0,487	0,432	0,383	0,340	0,301
	11	0,809	0,654	0,529	0,428	0,346	0,280	0,226	0,183	0,148	0,120
	12	0,699	0,489	0,342	0,239	0,167	0,117	0,082	0,057	0,040	0,028
	13	0,561	0,314	0,176	0,099	0,055	0,031	0,017	0,010	0,006	0,003
0,5	10	0,632	0,401	0,254	0,160	0,102	0,064	0,041	0,026	0,016	0,010
	11	0,445	0,198	0,088	0,039	0,017	0,008	0,003	0,002	0,001	0
	12	0,255	0,065	0,017	0,004	0,001	0	0	0	0	0
	13	0,110	0,012	0,001	0	0	0	0	0	0	0
0,6	10	0,255	0,065	0,017	0,004	0,001	0	0	0	0	0
	11	0,089	0,008	0,001	0	0	0	0	0	0	0
	12	0,017	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	13	0,001	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Более наглядно эти результаты представлены на рисунке 1.



1-4 – для $d_k = 0,3$ м, 5-8 – для $d_k = 0,4$ м, 9-12 – для $d_k = 0,5$ м, 13-16 – для $d_k = 0,6$ м. В каждой серии высота падения увеличивается с 10 до 13 м

Рисунок 1 – Зависимость выхода целых кусков (сохранности) при многократном ($\omega\tau$) падении с различных высот

По этим данным саморазрушение кусков даже с наименьшим диаметром $d_k = 0,3$ м оказывается достаточно заметным. Что касается самых крупных кусков, то они, судя по таблице 2 и по рисунку, разрушаются нацело уже при 200-300 кратном падении, что с учетом примерного значения $\omega \sim 0,2$ с⁻¹ соответствует длительности пребывания в мельнице около 1000-1500 с, т.е. примерно 17-25 мин. В целом же сохранность крупного материала за длительное время самоизмельчения 1,1-1,4 ч (800-1000 $\omega\tau$) составляет более 50 % только для кусков диаметром 0,3 м, а для остальных она варьирует от 12 % до нуля.

Эти показатели могут быть уточнены при экспериментальном определении ρ_y для соответствующей руды по формуле (10), пока же можно констатировать, что имеется вполне реалистическая модель степени сохранности крупных кусков при многократном падении в условиях самоизмельчения в зависимости от продолжительности процесса. Это позволяет использовать ее для расчета измельчения мелких зерен крупными кусками.

Для простейшего варианта измельчения мелких зерен монофракцией крупных кусков изменение ее долевого содержания $P_{к\tau}$ с учетом (13) и начальной доли ее в общей массе руды $P_{к0}$ будет подчиняться формуле:

$$P_{к\tau} = P_{к0} P_{y\tau} = P_{к0} 0,5^{\omega\tau \left(\frac{d_k \gamma_p g D}{3\rho_y} \right)^6} \quad (15)$$

Здесь принимается $h \approx D$, поскольку высота падения в мельницах самоизмельчения может быть приравнена внутреннему диаметру мельницы с лифтерами – продольными полками для предотвращения преждевременного соскальзывания материала. Такую же высоту нужно предусмотреть и в активационном факторе, тем более что подобная же высота оказывается эквивалентной для учета не только потенциальной, но и кинетической энергии движения материала при падении, вследствие чего этот фактор для данного случая примет вид:

$$P_a = \exp \left(- \frac{E_a}{RT + MgD \left(d_k / d_j \right)^3} \right) \quad (16)$$

Что касается концентрационного фактора, то с учетом замены доли шаров на долю крупных кусков эта доля выразится в смеси руды с водой как:

$$P_k = \frac{G_p P_{к\tau}}{\left(G_p / \gamma_p + G_e / \gamma_e \right) \gamma_p} \quad (17)$$

и концентрационный фактор станет соответственно равным:

$$P_{\text{конц}} = P_{\kappa} P_{\tau} P_j = \frac{G_p^2 P_{\kappa\tau} P_j}{(G_p/\gamma_p + G_6/\gamma_6)^2 \gamma_p^2} \quad (18)$$

В этом случае он становится дважды зависимым от продолжительности – через P_j и $P_{\kappa\tau}$. Но поскольку рассматривается только частная производная по выходу измельчаемых зерен, $\partial P_j / \partial \tau$, то в первом приближении в константу скорости войдет фрагмент (18) только без P_j

$$k_j = \frac{8[d_{\kappa}/d_j - (d_{\kappa}/d_j)^2] \omega G_p^2 P_{\kappa\tau}}{(1 + 2\omega\sqrt{2D/g})(G_p/\gamma_p + G_6/\gamma_6)^2 \gamma_p^2} \times \exp\left(\frac{-E_a}{RT + MgD(d_{\kappa}/d_j)^3}\right). \quad (19)$$

Все дальнейшие процедуры по интегрированию системы дифференциальных уравнений скорости процесса сохраняются для каждой фракции измельчаемых зерен, а общая формула для расчета выхода фракций по продолжительности (6) остается без изменений.

Зависимость κ_j от τ (через $P_{\kappa\tau}$) заметно усложняет расчеты: требуется вычислять κ_j не только для каждой фракции d_j при каждой продолжительности, но и проводить расчеты по (6) через малые промежутки времени с коррекцией исходного содержания фракций после каждого промежутка, т.е. осуществлять рекуррентные процедуры, считая фракционный состав в конце данного промежутка исходным составом для последующего.

Учет совместного измельчения всеми крупными фракциями (а не только одной) еще более усложняется. Как показано выше, суммарная константа скорости является аддитивной по отношению к парциальным константам, определяемым объемными долями каждой фракции, в данном случае крупных. Однако их доли, начиная со второй по крупности, будут изменяться не только за счет собственного разрушения, но и вследствие поступления осколков от предшествующей по крупности фракции. Этот механизм подробно рассмотрен на примере измельчения обычных зерен, и здесь необходимо найти выражение для константы скорости саморазрушения для крупных фракций.

С этой целью наиболее общее вероятностное выражение для скорости процесса

измельчения фракций трансформируется к условиям самоизмельчения крупных кусков в виде:

$$-\frac{dP_{ki}}{d\tau} = ZP_{\text{ст}} P_a P_{\text{конц}} \quad (20)$$

с раскрытием каждого фактора.

Частотный фактор остается неизменным. Стерический фактор в данном случае будет равным единице, поскольку разрушению куска при падении и ударе ничто не препятствует.

Активационный фактор выразится через вероятность сохранности при однократном ударе по формуле (9) с заменой $h = D$ как противоположное событие:

$$P_a = 1 - P_y = 1 - 0,5 \left(\frac{d_{\kappa} \gamma_p g D}{3 \rho_y} \right)^6. \quad (21)$$

Самоизмельчение крупных кусков имеет в отношении появления осколков некоторый критический предел, причем нижний размер куска $d_{\text{кн}}$, должен относиться к практически неизмельчаемому куску. Диаметр его можно найти по формуле сохранности при ударе (13), задав значение $P_{y\tau}$, например, точно до 0,001 равным 0,999 для кратности ударов $\omega\tau = 1000$, т.е. для продолжительности пребывания в мельнице примерно 5000 с ~ 1,4 ч, в течение которого кусок любого размера должен проявить свою способность как к самоизмельчению, так и к измельчению более мелких зерен в достаточно полной мере.

В общем случае размер куска по обращенной формуле (13) выразится как:

$$d_{\kappa} = \frac{3 \rho_y}{\gamma_p g h} \left(\frac{\ln P_{y\tau}}{\omega\tau \ln 0,5} \right)^{1/6}, \quad (22)$$

а для случая практического несамоизмельчения при $\omega\tau = 1000$ и принятого значения $\rho_y = 1 \cdot 10^5$ Дж/м², а также при прочих известных параметрах $\gamma_p = 2650$ кг/м³ и $g = 9,806$ м/с² и $h = D$ эта зависимость примет вид:

$$d_{\text{кн}} = \frac{3 \cdot 10^5}{2650 \cdot 9,806 D} \left(\frac{\ln 0,999}{1000 \ln 0,5} \right)^{1/6} = 1,227/D. \quad (23)$$

Расчет по этой формуле дает следующие результаты:

$D, \text{ м}$	10	11	12	13
$d_{\text{кн}}, \text{ м}$	0,123	0,112	0,102	0,094

При этом нижний (несамоизмельчаемый) размер кусков, вычисляемый теоретически, оказывается вполне соизмеримым с той фракцией руды, которая выводится из мельниц самоизмельчения в качестве окатанной рудной гали крупностью до 120 мм [4] и относится к так называемой «критической крупности» кусков, не способных служить ни мелющими телами, ни измельчаемым материалом.

Что касается способности или неспособности служить мелющими телами, то теоретически установить ее можно только путем применения вероятностной модели измельчения с учетом изменяющегося по времени фракционного состава мелющих тел – крупных кусков – от самого крупного (первого) $d_{\text{к1}}$ до нижнего $d_{\text{кн}}$. В этом случае концентрационный фактор должен выражаться непосредственно через долю фракций крупных кусков в общей смеси с измельчаемым материалом без учета содержания воды, так как она не может служить помехой для падения и самоизмельчения крупных кусков, проявляя свое влияние при измельчении более мелких фракций. Тем самым для крупных кусков концентрационный фактор выразится как:

$$P_{\text{конц}} = P_{\text{ки}} \quad (24)$$

и войдет в уравнение скорости (20) вместе с другими факторами в виде:

$$-\frac{dP_{\text{ки}}}{d\tau} = \frac{2\omega P_{\text{ки}}}{1 + 2\omega\sqrt{2D/g}} \left[1 - 0,5 \left(\frac{d_{\text{к}} \gamma_p g D}{3\rho_y} \right)^6 \right] \quad (25)$$

Здесь единственной переменной по времени является только $P_{\text{ки}}$, поэтому остальные служат константой скорости самоизмельчения:

$$k_{\text{ки}} = \frac{2\omega}{1 + 2\omega\sqrt{2D/g}} \left[1 - 0,5 \left(\frac{d_{\text{ки}} \gamma_p g D}{3\rho_y} \right)^6 \right] \quad (26)$$

При этом уравнение скорости самоизмельчения крупных кусков приобретает вид:

$$-\frac{dP_{\text{ки}}}{d\tau} = k_{\text{ки}} P_{\text{ки}}, \quad (27)$$

аналогичный уравнению для измельчения любыми мелющими телами в отношении взаимосвязи двух переменных, $P_{\text{ки}}$ и τ . Этим предопределяется и единая форма для интегральной зависимости (6) по выходу крупных фракций в любой момент времени, т.е. по их изменяющемуся фракционному составу.

В результате становится возможным теоретически и практически описать наиболее сложный в сравнении со всеми другими вариантами измельчения процесс самоизмельчения, оставаясь в рамках вероятностной теории. Алгоритм этой процедуры состоит в следующем:

– определение исходного состава загружаемой руды в мельницу, включая крупные и мелкие фракции. В этом случае ввиду одинаковой плотности всех фракций объемные содержания (доли) равны массовым.

– расчет константы скорости самоизмельчения крупных кусков $k_{\text{ки}}$ по формуле (26) с предварительной оценкой удельной энергии поверхности разрушения ρ_y на основе опытных данных по формуле (10) или иным способом.

– введение данных по исходному содержанию крупных фракций $P_{\text{к0j}}$ и k_{kj} в интегральную модель (6) для последующих расчетов фракционного состава крупных кусков в любой момент времени $P_{\text{ки}}$.

– введение $P_{\text{ки}}$ в выражение для константы скорости измельчения зерен кусками (19) с заменой $P_{\text{к\tau}}$ на $P_{\text{ки}}$:

$$k_j = \frac{8[d_{\text{к}}/d_j - (d_{\text{к}}/d_j)^2] \omega G_p^2 P_{\text{к\tau}}}{(1 + 2\omega\sqrt{2D/g})(G_p/\gamma_p + G_0/\gamma_0)^2 \gamma_p^2} \times \exp\left(\frac{-E_a}{RT + MgD(d_{\text{ки}}/d_j)^3}\right). \quad (28)$$

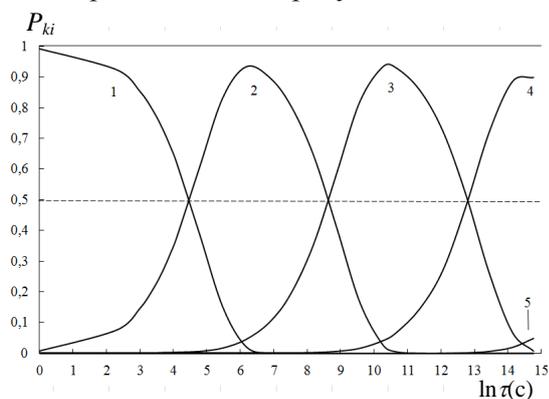
– пошаговый расчет по формуле (6) с достаточно коротким интервалом времени (не более 60 с), каждый раз задавая для последующего шага в качестве начальных условий результаты расчета из предыдущего шага.

Расчетная часть. Прежде чем определить измельчающее действие крупнокусковых фракций, целесообразно рассмотреть их самоизмельчение в условиях изменения

фракционного состава не только за счет собственного разрушения (убыли содержания), но и за счет поступления осколков от разрушения предыдущей фракции (прибыли содержания), т.е. по универсальной интегральной формуле (6) с использованием константы скорости самоизмельчения (26). В расчетном варианте для средних модельных условий ($D = 12$ м, $\omega = 0,143$ с⁻¹) она примет вид

$$k_{ki} = 0,198 \left(1 - 0,5^{1,261d_{ki}^6} \right). \quad (29)$$

В простейшем и наиболее наглядном варианте рассмотрим самоизмельчение монофракции размером 0,6 м с обычным уменьшением размера кусков вдвое. Результаты расчета представлены на рисунке 2.



1 – для $d_{k1} = 0,6$ м, 2 – для 0,3 м, 3 – для 0,15 м,
4 – для 0,075 м, 5 – для $d_k = 0,0375$ м

Рисунок 2 – Зависимость выхода фракций крупных кусков P_{ki} при самоизмельчении монофракции $d_{k1} = 0,6$ м с учетом образования и самоизмельчения осколков от продолжительности процесса τ

Давая наглядное представление о характере самоизмельчения самой крупной фракции, полученная картина может быть интерпретирована и с самых общих позиций.

Во-первых, данная картина, вынужденно представленная в логарифмической шкале времени из-за огромной разницы начальных и конечных участков шкалы, ввиду сколь угодно долгого пребывания крупных кусков в мельнице, обнаруживает почти идеальное соответствие логарифмически нормальному закону по выходу каждой промежуточной фракции. Ранее этот закон измельчения рассматривался только по отношению к фракционному составу для объяснения крутого спада в сторону мелких фракций, начиная со статей Н.К. Разумовского и

академика А.Н. Колмогорова и нашими последующими публикациями [1, 2]. Теперь же выясняется, что данный закон действует по отношению к выходу каждой образующейся фракции. Двойное подчинение процесса измельчения логарифмически нормальному закону, вероятно, является прямым следствием отображения этого процесса единой интегральной моделью (6). Более того, можно полагать, что эта модель и является формой данного закона для каждой вновь образующейся фракции или, в более широком смысле, для любого процесса последовательных необратимых превращений. Во всяком случае, проверка показала, что для химической кинетики [5] эта особенность также оказалась характерной именно при логарифмическом представлении шкалы времени.

Во-вторых, замечаем, что все последующие фракции после первой проходят через единое максимальное значение $P_{ki} = 0,934$, что указывает на достаточную полноту последовательных превращений смежных фракций и возможность прогнозирования момента наибольшего выхода целевой фракции.

В-третьих, достаточно четко фиксируется значение равного доминирования смежных фракций в области пересечения соответствующих кривых на уровне $P_{ki} = 0,5$. Это также свидетельствует о регулярности процесса самоизмельчения, подчиненного единому закону разрушения и отображаемому наиболее строгой моделью.

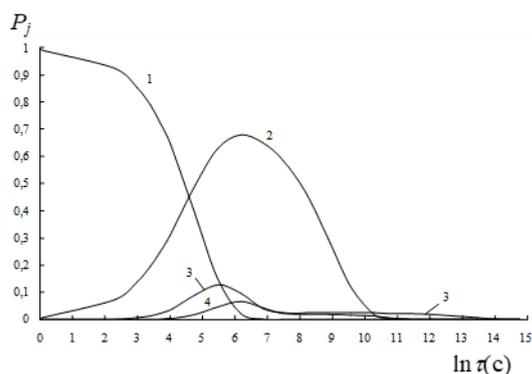
Разумеется, рассмотренный вариант самоизмельчения является прежде всего показательным, но он же может быть рассмотрен в качестве стартового для совмещения с процессом измельчения более мелких зерен.

При этом влияние самой крупнокусковой фракции в качестве мелющего тела не является однозначно предпочтительным, поскольку для измельчения, в отличие от самоизмельчения, будет иметь значение стерический фактор, который для крупных мелющих тел становится неблагоприятным по отношению к самым малым. Но для измельчения последующих крупных фракций этот фактор оказывается достаточно значимым.

Так, первая крупная фракция подвергается только самоизмельчению, не воспринимая удары более мелких кусков. Вторая фракция разрушается в порядке самоизмельчения, а также за счет ударов от первой фракции. Помимо этого она пополняется осколками от этой же фракции.

Третья фракция воспринимает удары от первых двух, пополняется осколками от второй фракции и подвергается самоизмельчению и т.д.

В соответствии с приведенным выше алгоритмом рассчитан процесс самоизмельчения-измельчения для монофракции кварцевой руды с $d_{01}=0,6$ м, результаты чего приведены на рисунке 3 для образующихся фракций крупных кусков в качестве мелющих, измельчаемых и самоизмельчаемых тел.



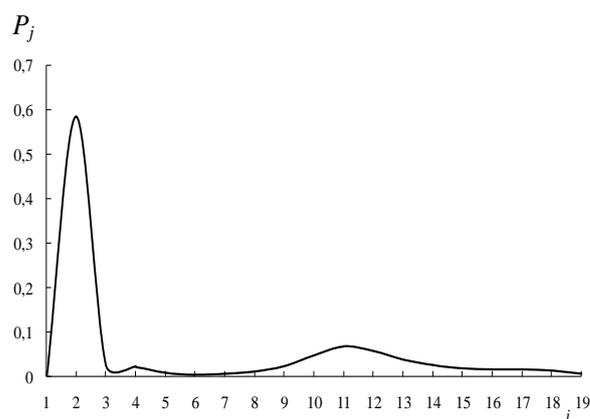
1 – 0,6 м, 2 – 0,3 м, 3 – 0,15 м, 4 – 0,075 м

Рисунок 3 – Зависимость выхода крупных фракций в качестве мелющих, измельчаемых и самоизмельчаемых тел от продолжительности процесса

Благодаря своеобразной «эстафетной» передаче функций мелющего тела от фракции к фракции, которая четко выявлена без учета измельчения (рисунок 2), здесь каждая последующая из них характеризуется все более сглаженным распределением по продолжительности процесса, ввиду чего происходит неуклонное накопление тонких фракций вплоть до субмикронных. В качестве примера приведены результаты расчета полного фракционного состава руды при измельчении монофракции с $d_{01} = 0,6$ м за первые 30 мин (рисунок 4).

Этим обосновывается известная особенность работы мельниц самоизмельчения с характерным для сухого введения процесса накоплением равномерно распределенных тонких классов [6].

В заключение можно отметить, что в ранее опубликованных работах как по процессу самоизмельчения, так и по общим вопросам измельчения [7-16] тройное воздействие крупных кусков в качестве саморазрушающихся, мелющих и измельчаемых тел аналитически не отображалось, ограничиваясь фрагментарными полуэмпирическими зависимостями.



$d_1 = 0,6$ м, $d_{j+1} = d_j/2$, $d_{19} = 2,29 \cdot 10^{-6}$ м

Рисунок 4 – Фракционный состав руды при самоизмельчении за 30 мин

Выводы. В рамках вероятностной теории измельчения разработана математическая модель процесса самоизмельчения руд с учетом разрушения крупных кусков при падении на ударную площадку, а также от попадания в них более крупных кусков и собственного воздействия в качестве мелющих тел на зернистый материал.

Обосновано известное из практики образование «неизмельчаемых» фракций крупных кусков размером порядка 100-120 мм и накопление тонких фракций ввиду «эстафетной» передачи функции мелющих тел все более мелким фракциям по мере прохождения процесса.

В результате создан алгоритм компьютерных расчетов процесса, позволяющий рассчитывать выход каждой фракции в любой момент времени с помощью единой интегральной модели для наиболее сложного процесса, осуществляемого в водопадном режиме работы барабанных мельниц.

ЛИТЕРАТУРА

1 Малышев В.П., Турдукожаева (Макашева) А.М., Кайкенов Д.А. Развитие теории измельчения руд на основе молекулярных подходов // Обогащение руд. – 2012. – № 4. – С. 29-35.

2 Малышев В.П., Бектурганов Н.С., Макашева А.М., Зубрина Ю.С. Вероятностная модель измельчения материалов как оператор самоорганизации и аттрактор процесса // Цветные металлы. – 2016. – № 2. – С. 33-38. DOI: 10.17580/tsm.2016.02.05.

3 Абрамов А.А. Собрание сочинений. Обогащительные процессы и аппараты: Учебник для вузов. – М.: Горная книга, 2010. – Т. 1–470 с.

4 Малышев В.П., Телешев К.Д., Нурмагамбетова (Макашева) А.М. Разрушаемость и сохранность конгломератов. – Алматы: Гылым, 2003. – 336 с.

5 Замараев К.И. Химическая кинетика: Курс лекций. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2003. – Ч. 1. 88 с.; – Ч. 2. 87 с.; – Ч. 3. 90 с.

6 Абрамов А.А. Технология переработки и обогащения руд цветных металлов: Учебное пособие для вузов. Рудоподготовка и обогащение Cu, Cu-Pb, Cu-Fe, Mo, Cu-Mo, Cu-Zn руды. – М.: МГУ, 2005. – Кн. 1. – 575 с.

7 Rowland C.A. Selection of Rod Mills, Ball Mills, and Regrind Mills // Mineral Processing Plant Design Practice and Control Proceedings. – Littleton (USA): SME, 2002. – V. 1. – P. 710-754.

8 Deniz V. A study on the specific rate of breakage of cement materials in a laboratory ball mill // Cement and Concrete Research. – 2003. – N 3. – P. 439-445.

9 Прядко Н.С., Стрельников Г.А., Терновая Е.В., Глушко В.А., Пясецкий Н.Ю. Оценка скорости тонкого измельчения руд мельницами различных типов // Техническая механика. – 2014. – № 3. – С. 114-121.

10 Пилов П.И. Снижение энергопотребления в замкнутых циклах тонкого измельчения руд // Metallургическая и горнорудная промышленность. – 2013. – № 6. – С. 75-80.

11 Федотов К.В., Никольская Н.И. Проектирование обогатительных фабрик: Учебник для вузов. – М.: Горная книга, 2012. – 536 с.

12 Полько П.Г. Совершенствование управления процессом измельчения рудных материалов с применением правил нечеткой логики. Автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.13.06. / Магнитогорский гос. техн. универ. им. Г.И. Носова. Магнитогорск, 2011. – 20 с.

13 Чижик Е.Ф. Барабанные рудоизмельчительные мельницы с резиновой футеровкой. – Днепропетровск: Новая идеология, 2005. – 361 с.

14 Леттиев О.А. Адаптивная система автоматического управления параметрами шаровой барабанной мельницы // Горный информационно-аналитический бюллетень. (специальный выпуск). – 2012. – № 6. – 16 с.

15 Gupta V.K., Shivani Sh. Analysis of ball mill grinding operation using mill power specific kinetic parameters // Advanced Powder Technology. – 2014. – V. 25, N. 2. – P. 625–634. DOI: 10.1016/j.apt.2013.10.003.

16 Воробьев А.Е., Аникин А.В., Чекушина Т.В., Молдабаева Г.Ж. Существующая практика повышения эффективности переработки золотосодержащей руды на ЗИФ ЗАО «Васильевский рудник» // Комплексное использование минерального сырья. – 2013. – № 3. – С. 3-8.

REFERENCES

1 Malyshev V.P., Turdukozhaeva (Makasheva) A.M., Kajkenov D.A. *Razvitiye teorii izmelcheniya rud na osnove molekulyarnykh podkhodov* (Development of the theory of grinding ores based on molecular approaches). *Obogashchenie Rud=Ores beneficiation*. **2012**. 4, 29-35. (in Russ.).

2 Malyshev V.P., Bekturganov N.S., Makasheva A.M., Zubrina Yu.S. *Veroyatnostnaya model' izmelcheniya materialov kak operator samoorganizatsii i attraktor protsessy* (Probabilistic model of process grinding as an operator of self-organization and a process attractor). *Tsvetnyye metally=Non-ferrous metals*. **2016**. 2, 33-38, DOI: 10.17580/tsm.2016.02.05. (in Russ.).

3 Abramov A.A. *Sobraniye sochinenij. Obogatitelnyye protsessy i apparaty: Uchebnik dlya vuzov* (Collected works. Concentrating Processes and Apparatus: Textbook for Universities). Moscow: Gornaja kniga, **2010**, 1, 470. (in Russ.).

4 Malyshev V.P., Teleshev K.D., Nurmagambetova (Makasheva) A.M. *Razrushaemost' i sokhrannost' konglomeratov* (Destruction and preservation of conglomerates). *Almaty: Gylym*, **2003**, 336. (in Russ.).

5 Zamarayev K.I. *Khimicheskaya kinetika: Kurs lektsiy*. (Chemical kinetics: Lecture course). *Novosibirsk: Novosib. gos. un-t*, **2003**, 1. 88; 2. 87; 3. 90. (in Russ.).

6 Abramov A.A. *Tehnologiya pererabotki i obogashheniya rud tsvetnykh metallov: Uchebnoye posobiye dlya vuzov. Rudopodgotovka i obogashcheniye Cu, Cu-Pb, Cu-Fe, Mo, Cu-Mo, Cu-Zn rudy*. (Technology of processing and enrichment of ores of nonferrous metals: Textbook for high schools. Ore preparation and enrichment of Cu, Cu-Pb, Cu-Fe, Mo, Cu-Mo, Cu-Zn ore). *Moscow: MGU*. **2005**, 1. 575. (in Russ.).

7 Rowland C.A. Selection of Rod Mills, Ball Mills, and Regrind Mills. *Mineral Processing Plant Design Practice and Control Proceedings*. Littleton (USA): SME. **2002**, 1, 710-754. (in Eng.).

8 Deniz V. A study on the specific rate of breakage of cement materials in a laboratory ball mill. *Cement and Concrete Research*. **2003**. 3, 439-445. (in Eng.).

9 Prjadko N.S., Strel'nikov G.A., Ternovaja E.V., Glushko V.A., Pyasetskij N.Ju. *Otsenka skorosti tonkogo izmel'cheniya rud melnitsami razlichnykh tipov* (Estimation of the rate of fine grinding of ores by mills of various types). *Tekhnicheskaya mekhanika = Technical mechanics*. **2014**. 3, 114-121. (in Russ.).

10 Pilov P.I. *Snizheniye ehnerGOPotrebleniya v zamknutykh tsiklakh tonkogo izmel'cheniya rud* (Reduction of energy consumption in closed cycles of fine ore grinding). *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost' = Metallurgical and mining industry*. **2013**. 6, 75-80. (in Russ.).

11 Fedotov K.V., Nikol'skaya N.I. *Proektirovanie obogatitelnykh fabric: Uchebnik dlya vuzov* (Designing of concentrating factories: Textbook for high schools). *Moscow: Gornaja kniga*, **2012**, 536. (in Russ.).

12 Pol'ko P.G. *Sovershenstvovanie upravleniya protsessom izmel'cheniya rudnykh materialov s primeneniem pravil nechetoj logiki. Avtoref. diss. ... kand. tehn. nauk: 05.13.06* (Improving the management of the process of grinding ore materials with the application of fuzzy logic rules. Abstract of thesis for candidate of tech. science: 05.13.06). Magnitogorsk State Tech. University of G.I. Nosov. Magnitogorsk. **2011**. 20. (in Russ.).

13 Chizhik E.F. *Barabannoe rudoizmel'chitel'nye mel'nitsy s rezinovoj futerovkoj* (Drum Ore Mills with Rubber Lining). Dnepropetrovsk: Novaya ideologiya, **2005**. 361. (in Russ.)

14 Lettiev O.A. *Adaptivnaya sistema avtomaticheskogo upravleniya parametrami sharovoj barabannoj mel'nitsy* (Adaptive automatic control system

for the parameters of a ball mill). *Gornyj informacionno-analiticheskij bjulleten' = Mining Information and Analytical Bulletin*. **2012**. 6, 16. (in Russ.)

15 Gupta V.K., Shivani Sh. Analysis of ball mill grinding operation using mill power specific kinetic parameters. *Advanced Powder Technology*. 2014. 25. 2. 625-634. DOI: 10.1016/j.appt.2013.10.003. (in Eng.).

16 Vorobyev A.E., Anikin A.V., Chekushina T.V., Moldabayeva G.Zh. *Sushchestvuyushchaya praktika povysheniya effektivnosti pererabotki zolotosoderzhashchey rudy na ZIF ZAO «Vasilyevskiy rudnik»* (The existing practice of increasing the processing efficiency of gold-bearing ore at the ZIF CJSC Vasilievsky Rudnik). *Kompleksnoye ispol'zovaniye mineral'nogo syr'ya = Complex use of mineral resources*. **2013**. 3. 3-8. (in Russ.).

V. P. МАЛЫШЕВ, А. М. МАҚАШЕВА, Д. А. КӘЙКЕНОВ, Ю. С. КРАСИКОВА

*Ж. Әбішев атындағы химия-металлургия институты, Қарағанды, Қазақстан, *e-mail: eia_hmi@mail.ru*

КЕННІҢ ӨЗІН-ӨЗІ ҰНТАҚТАУЫНЫҢ ЫҚТИМАЛДЫҚ ІЛІМІН ҚҰРУ

Түйіндеме. Жұмыстың мақсаты – өздігінен қирайтын, үгітетін және үгітілетін денелер ретінде ірі кесектердің ықпалын ескеретін өзі-өзі ұнтақтаудың жалпы ілімін құру. Заттың механикалық қирауы (деструкциясы) үрдістерінен кеңінен қолданылатындарының ең күрделісі – кендегі материалдардың өзін өзі ұнтақтау үрдісі- авторлармен әзірленеленген ықтималдылық теориясы шеңберінде қарастырылған. Ілім соқтығысудың молекулалық теориясына ұқсастыру бойынша концентрациялау, стерикалық, белсендіру және жиілік факторларының ықтималды әрекеттесулерінен тұрады. Ол шексіз реттіліктегі қайтымсыз тізбекті реакциялардың кинетикасына ұқсас – қирау жылдамдығы және әр фракцияның жинақталуы бойынша дифференциаланған теңдікті жүйенің қатаң шешімі. Өзін-өзі ұнтақтау үрдісіне қарасты осындай әдістеулерді, диірменнің суқұламалы тәртіптегі жұмысындағы құлдырау(құлау) кезінде ірі фракциялардың өздігінен қирауы энергиястохастикалық ілімімен толықтырудың қажеттілігі туындады. Бұл өзін-өзі қирататын, үгітетін және үгітілетін денелер ретінде ірі кесектердің ықпалын ескеретін жалпы математикалық үлгіні құруға мүмкіндік берді. Алынған үлгі негізінде алынған есептеулер, өзін-өзі ұнтақтайтын диірмендер тәжірибесінен белгілі, яғни ұсақтайтын немесе ұсақталатын денелер ретінде қызмет ете алмайтын және осы үдерістен шығарылуға тиісті деп саналатын «сыни өлшемдегі бөлшектер» деп аталатындардың түзілуін теориялық тұрғыдан негіздеуге мүмкіндік берді. Бұдан басқа, ұсақтайтын денелердің, олардың өздігінен қирауы және қирауы нәтижесінде, өз функциясын аса ірі фракциялардан жаңа түзілетіндерге «эстафеталы» беруіне байланысты, осындай диірмендердің жұмысына сай келетін, фракциялардың анағұрлым тең таралуы қалыптасатыны көрсетілген. Осылайша, өзін-өзі ұнтақтаудың ықтималдық үлгісі осы үдерісті болжамдауды және басқаруды талдауда қолданыс таба алады.

Түйінді сөздер: әзірleme, ықтималдық теориясы, кен, өзін-өзі ұнтақтау, шар диірмені, өзін-өзі қирату, тәуелділік, математикалық модельдеу, тегістеу құралдары.

V. P. MALYSHEV, A. M. MAKASHEVA, D. A. KAJKENOV, JU. S. KRASIKOVA

*Chemical and Metallurgical Institute named after Zh. Abishev, Karaganda city, Kazakhstan, *e-mail: eia_hmi@mail.ru*

THE DEVELOPMENT OF THE PROBABILITY THEORY OF AUTOGENOUS GRINDING ORE

Abstract. The aim is to develop a general theory of autogenous grinding, which takes into account the impact of large pieces as the bodies destroying themselves, as well as grinding and grinded bodies. The most difficult process of mechanical destruction of substance – the process of autogenous grinding ore materials – is considered in the framework of probability theory, developed by authors. This theory includes probabilistic exposure of concentration, steric, activation and frequency factors and the likeness of the kinetics of consecutive irreversible reactions of unlimited order exact solution of the system of differential equations for the rate of destruction and accumulation of each fraction. Created a general mathematical model, which takes into account the impact of large pieces as autolisable, grinded and grinding bodies. Calculations based on the developed mathematical model theoretically substantiate, known from practice, formation of "pieces of critical size" which is not able to serve either as grinding or as grinded bodies and to be withdrawn from the process. Thanks to the "relay" transfer of functions of the grinding bodies from the larger fractions to the forming as a result of their self-destruction and the destruction is formed a more uniform distribution of fractions, characteristic for these mills. Therefore, probabilistic model of autogenous grinding can use to analyze, forecast and manage of the process.

Keywords: probability theory, ore, autogenous grinding, ball mill, autodestruction, math modeling, grinding bodies

Поступила 08.08.2018.