

Ю. С. ЗУБРИНА, В. П. МАЛЫШЕВ\*, А. М. МАКАШЕВА

Химико-металлургический институт им. Ж. Абишева,  
Караганда, \*eia\_hmi@mail.ru

## О ПРИЗНАКАХ РАЗЛИЧИМОСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ ЭНТРОПИИ ПРОЦЕССА ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ

Возможны три варианта расчета энтропии процесса измельчения с учетом различных признаков различимости фракционного состава измельчаемого материала: по среднему размеру зерен, по площади их поверхности и по числу зерен в каждой фракции. В данной работе проведен сравнительный анализ физической и математической значимости признаков различимости фракционного состава измельчаемого материала по приведенным выше вариантам для расчета энтропии процесса измельчения. Наиболее целесообразным для энтропийного анализа процесса смешения фракций является использование среднего размера зерен как наиболее непосредственно относящегося к понятию фракции. А площадь поверхности зерен и их число, в свою очередь, более косвенно отображают процесс смешения материала при измельчении, т.к. являются лишь вторичными признаками различимости по отношению к фракционированию материала по линейным размерам. Это послужило причиной затруднительного определения реальной площади поверхности и фактического числа зерен в каждой фракции. Целесообразность использования среднего размера зерен для расчета энтропии процесса измельчения заключается еще и в том, что в случае использования признаков различимости по площади поверхности и, тем более, по числу зерен происходит сильное искажение равномерного распределения фракций по заданной одинаковой массе и объему всех фракций. Таким образом, для анализа энтропии процесса измельчения следует использовать фракционирование материала по размеру зерен с заданным законом их последовательного разрушения.

**Ключевые слова:** измельчение, энтропия, расчет, признаки различимости, сравнительный анализ.

**Введение.** В наших работах [1-3] было показано, что математическая энтропия Больцмана

$$H = - \sum_{j=1}^n P_j \ln P_j. \quad (1)$$

в формальном отношении представляет собой средневзвешенный по долевым распределению  $P_j$  логарифм обратной долевого величины  $\ln \frac{1}{P_j}$ . По представлениям Шеннона К.Э. [4], пришедшего к идентичному выражению для информационной энтропии, что подтвердилось в последующих работах [5-10], выражение  $\ln \frac{1}{P_j}$  имеет смысл неопределенности, неожиданности вероятностного события с вариацией ее от  $\infty$  до 0 при изменении вероятности от 0 до 1.

Это позволяет рассматривать формулу (1) применительно к любому множеству вероятных событий с любыми носителями признаков различимости (цвет, уровень энергии, масса, размер и т.п.), так как в любом случае величина  $H$  будет характеризовать средневзвешенную неопределенность некоторого множества вероятностных событий (обнаружения, присутствия, принадлежности, реализации) в соответствующей хаотизи-

рованной системе. Кроме того, средневзвешенность энтропии придает ей смысл *энтропии смешения* различных уровней для данного признака различимости, что однозначно делает ее применимой как для характеристики неопределенности самой смеси, так и для описания ее эволюции, в том числе в сторону уменьшения энтропии и проявления самоорганизации.

Этим условиям вполне удовлетворяет процесс измельчения материалов в любых устройствах, обеспечивающих постоянное перемешивание с одновременным воздействием мелющих тел. Наиболее ярко вероятностные закономерности измельчения проявляются при работе шаровых барабанных мельниц в водопадном (катарактном) режиме. Для отображения этого процесса сотрудниками Химико-металлургического института была разработана вероятностно-детерминированная модель. Она разработана путем обобщения теории молекулярных соударений и кинетики необратимых последовательных превращений для неограниченного числа стадий на механический процесс постепенного дробления зернового материала с необратимым превращением крупных зерен в сколь угодно мелкие. При этом была получена в явном виде интегральная модель, позволяющая непосредственно рассчитывать

фракционный состав смеси в любой момент времени с учетом воздействия всего множества параметров (около 15), поддающихся контролю и управлению. Тем самым, рассчитываемое долевое содержание фракций позволило изучить не только динамику его изменения и теоретически выявить характерные особенности процесса измельчения, но и определять энтропию этого процесса, которая, как оказалось, свидетельствует о подчинении измельчения закономерностям самоорганизации. Важно подчеркнуть, что долевое распределение фракций по массе при равной плотности материала соответствует долевному объемному распределению, а эти доли наиболее адекватны вероятностям обнаружения фракций в их общей смеси при измельчении.

В связи с этим необходимо удостовериться в правомерности использования долевого содержания каждой фракции по размеру частиц в качестве признака ее различимости тем более, что эти же фракции отличаются и по числу зерен, и по общей площади их поверхности.

**Сравнительный анализ долевого распределения фракций по размеру частиц, числу зерен и суммарной поверхности.** Очевидно, что само понятие фракции основано на использовании размера частиц, поэтому данный признак различимости является базовым и необходимым как для расчета числа частиц в каждой фракции, так и общей их поверхности. Фракция задается интервалом размеров частиц, поэтому может быть представлена своим средним значением  $d_j$ . Согласно данным работы [10], при дроблении куски разбиваются в среднем на 8 частей, т.е. уменьшаются в размерах вдвое. Для сравнительного анализа принимаем расчетную формулу

$$d_j = d_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{j-1}, \quad (2)$$

где  $d_1$  - средний размер зерен самой крупной фракции, м. С этой же целью задаем одинаковое содержание всех фракций

$$P_j = 1/n, \quad (3)$$

где  $n$  – учитываемое число фракций. Тем самым данное распределение описывает долевое содержание фракций по первому признаку различимости – размеру.

В соответствии с условием (3) для расчетов по числу частиц и по их общей поверхности во фракциях задаемся также одинаковой массой всех фракций  $m_j = 1$  кг.

Принимается также округлая форма частиц, причем это приближение будет нивелироваться

при вычислении долевого содержания, так как при отнесении найденных характеристик для фракции к суммарным характеристикам для всех фракций поправочные коэффициенты на форму частиц будут сокращаться.

Масса зерна размером  $d_j$  выразится через его объем и плотность  $\gamma$  (кг/м<sup>3</sup>) как

$$m_{d_j} = \pi d_j^3 \gamma / 6, \text{ кг.} \quad (4)$$

Число зерен во фракции равно

$$N_j = \frac{m_j}{m_{d_j}} = \frac{6}{\pi d_j^3 \gamma}. \quad (5)$$

Площадь поверхности зерна составляет  $S_{d_j} = \pi d_j^2$ , а общая площадь поверхности зерен во фракции, в которой  $N_j$  зерен, выразится как

$$S_j = S_{d_j} N_j = \frac{6}{d_j \gamma}, \text{ м}^2/\text{кг.} \quad (6)$$

Общая площадь поверхности всех фракций находится по формуле (в расчете на  $n$  кг)

$$S_{\Sigma n} = \sum_{j=1}^n S_j = \sum_{j=1}^n \frac{6}{d_j \gamma}, \text{ м}^2/(n \text{ кг}) \quad (7)$$

Для выражения суммы в явном виде необходимо раскрыть  $d_j$  через (2):

$$\sum_{j=1}^n \frac{6}{r d_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{j-1}} = \frac{6}{d_1 \gamma} \sum_{j=1}^n 2^{j-1} = \frac{6}{d_1 \gamma} \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{0,5}\right)^{j-1}. \quad (8)$$

Для конечной суммы (8) нами выведена общая формула [11] ( $r > 0, r \neq 1$ ):

$$\sum_{n=1}^n \left(\frac{1}{r}\right)^{n-1} = \frac{r - r^{1-n}}{r-1}, \quad (9)$$

в соответствии с которой равенство (7) получается в явном виде

$$S_{\Sigma n} = \frac{12(0,5^{1-n} - 0,5)}{d_1 \gamma} = \frac{12(2^{n-1} - 0,5)}{d_1 \gamma}, \text{ м}^2/(n \text{ кг}). \quad (10)$$

Из него следует, что общая площадь поверхности увеличивается экспоненциально с ростом учитываемого числа фракций. Но гораздо существеннее и интереснее определить, как изменяется доля каждой фракции по этому признаку различимости. Такая доля выразится как

$$P_{S_j} = \frac{S_j}{S_{\Sigma n}} = \frac{d_1}{2d_j(2^{n-1} - 0,5)}, \quad (11)$$

или с раскрытием  $d_j$  через (2):

$$P_{S_j} = \frac{2^{j-1}}{2^n - 1}. \quad (12)$$

Самый общий анализ этой формулы показывает, что для первой фракции, когда (12)

сводится к виду

$$P_{S_1} = \frac{1}{2^{n-1}} \tag{13}$$

ее доля по рассматриваемому признаку различимости составляет порядка  $2^{-n}$  и устремляется к нулю при  $n \rightarrow \infty$ . В то же время вклад последней фракции,  $j = n$ , при тех же начальных условиях

( $P_j = \frac{1}{n}$ ), выразится как

$$P_{S_n} = \frac{2^{n-1}}{2^n - 1} \approx \frac{1}{2}, \tag{14}$$

т.е. составит половину от общей суммы вкладов по всем фракциям и превысит долю первой фракции в  $P_{S_n}/P_{S_1} = 2^{n-1}$  раз, т.е. на  $n - 1$  порядков.

Если исходить из понятия различимости по площади поверхности частиц, то получается, что в смеси, состоящей из равных объемов всех фракций, практически невозможно обнаружить (различить) самую крупную фракцию, а самая мелкая выявляется в половине попыток детекции смеси фракций при любом их числе. При этом прямая детекция удельной площади поверхности представляется трудно выполнимой.

Дело усугубляется при использовании признака различимости по числу частиц. Их сумма с учетом (5) и (2) выразится как

$$N_{\Sigma n} = \frac{6}{\pi d_1^3 \gamma} \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{0,125}\right)^{j-1} \tag{15}$$

и согласно (9) примет вид

$$N_{\Sigma n} = \frac{6}{\pi d_1^3 \gamma} \cdot \frac{0,125 - 0,125^{1-n}}{0,125 - 1} = \frac{6(8^{n-1} - 0,125)}{0,875 \pi \gamma d_1^3}. \tag{16}$$

Здесь также получается экспоненциальный рост общего числа частиц, но при основании экспоненты втрое большей, чем для площади поверхности. При этом для частиц каждой фракции в их общей смеси с учетом (2) будет равна

$$P_{N_j} = \frac{N_j}{N_{\Sigma n}} = \frac{0,875 \cdot 8^{j-1}}{8^{n-1} - 0,125}. \tag{17}$$

Для первой фракции получим выражение

$$P_{N_1} = \frac{0,875}{8^{n-1} - 0,125}, \tag{18}$$

которое еще быстрее, чем для признака различимости по поверхности частиц (13), устремляется к нулю при увеличении числа фракций. При этом доля самой мелкой фракции становится равной

$$P_{N_n} = \frac{0,875 \cdot 8^{n-1}}{8^{n-1} - 0,125} \approx 0,875, \tag{19}$$

т.е. еще больше, чем по признаку различимости через поверхность частиц, а вместе с предпоследней фракцией

$$P_{N_{n-1}} = \frac{0,875 \cdot 8^{n-2}}{8^{n-1} - 0,125} \approx 0,109 \tag{20}$$

они вдруг оказываются подавляюще различимыми (0,984) в общей смеси частиц!

Безусловно, знание и роль общей поверхности частиц, также как и общего их числа, являются технологически важными для процессов флотации и классификации и еще более – для оценки необходимых энергетических затрат на образование новой поверхности измельчаемых материалов. Но использование их для расчета энтропии процесса измельчения не может быть приемлемым, поскольку противоречит балансу смеси частиц по их массовым, а значит и объемным характеристикам, выраженным в долевом исчислении и непосредственно соответствующим понятию вероятности присутствия и обнаружения носителей единственного адекватного признака различимости – размера частиц.

**Расчетная часть.** Для сравнительных расчетов в качестве исходных данных помимо упомянутого выше равнодолевого по массе распределения фракций (3) принимается их диапазон по крупности от 10 мм до микронных единиц, чему соответствует согласно условию (2) общее число фракций, равное  $n = 14$ . Плотность зерен приняли равной плотности кварцевой руды  $\gamma = 2650$  кг/м<sup>3</sup>. Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Распределение по фракциям площади поверхности зерен, а также их числа, долевого содержания и вклада в энтропию смеси

$j$	$d_j, \text{ м}$	$S_j, \text{ м}^2/\text{кг}$	$P_{S_j}, \text{ д.е.}$	$-P_{S_j} \ln P_{S_j}$	$N_j, \text{ кг}^{-1}$	$P_{N_j}$	$-P_{N_j} \ln P_{N_j}$
1	0,010	$3,77 \cdot 10^{-2}$	$6,104 \cdot 10^{-5}$	$5,92 \cdot 10^{-4}$	721	$1,592 \cdot 10^{-12}$	$4,32 \cdot 10^{-11}$
2	0,050	$7,55 \cdot 10^{-2}$	$1,221 \cdot 10^{-4}$	$1,10 \cdot 10^{-3}$	5766	$1,273 \cdot 10^{-11}$	$3,19 \cdot 10^{-10}$
3	$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,151	$2,442 \cdot 10^{-4}$	$2,03 \cdot 10^{-3}$	46125	$1,019 \cdot 10^{-10}$	$2,34 \cdot 10^{-9}$
4	$1,25 \cdot 10^{-3}$	0,302	$4,883 \cdot 10^{-4}$	$3,72 \cdot 10^{-3}$	368999	$8,149 \cdot 10^{-10}$	$1,71 \cdot 10^{-8}$
5	$6,25 \cdot 10^{-4}$	0,604	$9,766 \cdot 10^{-4}$	$6,77 \cdot 10^{-3}$	$2,952 \cdot 10^6$	$6,519 \cdot 10^{-9}$	$1,23 \cdot 10^{-7}$
6	$3,13 \cdot 10^{-4}$	1,208	$1,953 \cdot 10^{-3}$	$1,22 \cdot 10^{-2}$	$2,362 \cdot 10^7$	$5,215 \cdot 10^{-8}$	$8,75 \cdot 10^{-7}$
7	$1,56 \cdot 10^{-4}$	2,415	$3,907 \cdot 10^{-3}$	$2,17 \cdot 10^{-2}$	$1,889 \cdot 10^8$	$4,172 \cdot 10^{-7}$	$6,13 \cdot 10^{-6}$
8	$7,81 \cdot 10^{-5}$	4,830	$7,813 \cdot 10^{-3}$	$3,79 \cdot 10^{-2}$	$1,511 \cdot 10^9$	$3,338 \cdot 10^{-6}$	$4,21 \cdot 10^{-5}$
9	$3,91 \cdot 10^{-5}$	9,660	$1,563 \cdot 10^{-2}$	$6,50 \cdot 10^{-2}$	$1,209 \cdot 10^{10}$	$2,670 \cdot 10^{-5}$	$2,81 \cdot 10^{-4}$
10	$1,95 \cdot 10^{-5}$	19,32	$3,125 \cdot 10^{-2}$	0,108	$9,673 \cdot 10^{10}$	$2,136 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-3}$
11	$9,77 \cdot 10^{-6}$	38,64	$6,250 \cdot 10^{-2}$	0,173	$7,739 \cdot 10^{11}$	$1,709 \cdot 10^{-3}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$
12	$4,88 \cdot 10^{-6}$	77,28	0,125	0,206	$6,191 \cdot 10^{12}$	$1,367 \cdot 10^{-2}$	$5,87 \cdot 10^{-2}$
13	$2,44 \cdot 10^{-6}$	154,6	0,250	0,347	$4,953 \cdot 10^{13}$	0,109	0,242
14	$1,22 \cdot 10^{-6}$	309,1	0,500	0,347	$3,962 \cdot 10^{14}$	0,875	0,117
$\Sigma$	-	618,2	1,000	1,386	$4,528 \cdot 10^{14}$	1,000	80

Для базового распределения, которое относится к признаку различимости по среднему размеру зерен во фракции, получаем значение энтропии

$$H = - \sum_{j=1}^{14} \frac{1}{14} \ln \frac{1}{14} = 2,639. \quad (21)$$

Эта величина относится к максимальному значению энтропии для множества уровней различимости (т.е. числу фракций), равному  $n$ :

$$H_{max} = \ln n = \ln 14 = 2,639. \quad (22)$$

Полученная величина превышает энтропию смешения поверхностей фракций в  $2,639/1,386 = 1,9$  раза, а ту же характеристику для смешения зерен всех фракций – в  $2,639/0,431 = 6,1$  раза.

Поскольку целевой функцией измельчения является фракционный состав по размеру зерен, использование других признаков различимости приводит к сильному искажению энтропии смешения фракций и может быть применено для других целей, кроме энтропийного анализа процесса. Помимо этого, смешение фракций по размеру детектируется ситовым анализом, и здесь физический процесс адекватен формальному математическому. Смешение поверхностей фракций физически невозможно и к тому же требует градации по интервалам изменения площади поверхности, а также детекции этой градации с помощью прямых методов измерения. Смешение мелких и крупных зерен физически возможно, но подсчет их фактического числа представляет большие трудности, особенно для мелких фракций, где эти числа измеряются миллионами и миллиардами.

В дальнейшем энтропийный подход на этой основе был использован для решения ряда практических вопросов [11,12].

**Выводы.** Для расчета энтропии процесса измельчения проведено сравнение признаков различимости фракционного состава измельчаемого материала по среднему размеру зерен, по площади их поверхности и числу зерен в каждой фракции. Наиболее адекватным физическому процессу смешения фракций является использование среднего размера зерен. Площадь поверхности зерен и их число служат вторичными признаками различимости и трудно поддаются непосредственному определению, более косвенно отображают процесс смешения материала при измельчении.

При фракционировании зерен по размеру заданное равномерное распределение фракций сильно искажается с использованием признаков различимости по площади поверхности и еще более – по числу зерен с подавляющим преобладанием долевого содержания тонких фракций. За счет этого расчетное значение энтропии в сравнении с базовым равномерным распределением уменьшается соответственно в 2 и 6 раз.

Это противоречит необходимости получения максимального значения энтропии только при равномерном распределении долевого содержания носителей признаков различимости, в данном случае – зерен измельчаемого материала в пределах фракции. Тем самым для энтропийного анализа процесса измельчения следует использовать фракционирование материала по размеру зерен с заданным законом их последовательного разрушения, соответствующим физическим основам этого процесса и практике его реализации.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Малышев В.П., Турдукожаева А.М. Распределение признаков различимости в объектах и процессах как основа возникновения диссипативных структур и самоорганизации // Энциклопедия инженера-химика. – 2012. – № 12. – С. 19-25.
- 2 Малышев В.П., Турдукожаева А.М. Определение эффективной энергии активации, периода полуизмельчения и энтропии измельчения на основе вероятностной теории процесса // Обогащение руд. – 2013. – № 5. – С. 17-20.
- 3 Malyshev V.P., Zubrina Yu.S., Makasheva A.M. Fedorovich Ya.A. Entropy of grinding of materials in ball mills // XVI Balkan mineral processing congress: Proceedings. Belgrad, Serbia, 2015. – P. 203-205.
- 4 Шеннон К.Э. Математическая теория связи // Работы по теории информации и кибернетики. – М.: ИЛ. – 1963. – С. 243-332.
- 5 Мутанов Г.М., Кутузова Е.С. Энергоэнтропийные методы оценки и управления экономическими системами. – Алматы: Фылым, 2002. – 142 с.
- 6 Кажикенова С.Ш. Элементы теории вероятностей и математической статистики. – Караганда: КарГТУ, 2006. – 120 с.
- 7 Абрамов А.А. Технология переработки и обогащения руд цветных металлов: Учебное пособие для вузов. В 2 кн. – М.: МГУ, 2005. – 575 с.
- 8 Кажикенова С.Ш. Теоретические основы информационного анализа технологических систем // Вестник Кузбасского ГТУ. – 2009. – № 1. – С. 48-52.
- 9 Воскобойников В.Г., Кудрин В.А., Якушев А.М. Общая металлургия. Учебник для вузов. – М.: Академкнига, 2005. – 768 с.
- 10 Ходаков Г.С. Физика измельчения. – М.: Наука, 1972. – 240 с.
- 11 Кажикенова С.Ш. Определение качества технологических продуктов в процессе их получения // Технология производства металлов и вторичных материалов. – 2008. – № 2 (14) – С. 25-32.
- 12 Кажикенова С.Ш. Оценка качества автогенных процессов медеплавильного производства // Цветная металлургия. – 2009. – № 5. – С. 26-32.

## REFERENCES

- 1 Malyshev V.P., Turdukozhaeva A.M. *Raspredelenie priznakov razlichimosti v ob'ektakh i processakh kak osnova vozniknoveniya dissipativnykh struktur i samoorganizatsii* (Distribution of signs the discernibility in the objects and processes as a basis for the formation of dissipative structures and self-organization). *Ehntsiklopediya inzhenera-khimika = Encyclopedia of chemical engineer.* **2012**, 12, 19-25 (in Russ.).

- 2 Malyshev V.P., Turdukozhaeva A.M. *Opređenje ehffektivnoj energii aktivatsii, perioda poluizmel'cheniya i entropii izmel'cheniya na osnove veroyatnostnoj teorii processa* (Determination of the effective activation energy, period floor grinding and entropy of grinding based on the probabilistic theory of process). *Obogashchenie rud = Ore-dressing*. **2013**, 5, 17-20 (in Russ.).
- 3 Malyshev V.P., Zubrina Yu.S., Makasheva A.M. Fedorovich Ya.A. Entropy of grinding of materials in ball mills. *XVI Balkan mineral processing congress: Proceedings*. Belgrade, Serbia, **2015**, 203-205 (in Eng.).
- 4 Shennon. K.Eh. *Raboty po teorii informatsii i kibernetiki* (Works on information theory and cybernetics). Moscow: IL, **1963**, 243-332 (in Russ.).
- 5 Mutanov G.M., Kutuzova E.S. *Ehnergoehntropijnye metody otsenki i upravleniya ehko-nomicheskimi sistemami* (Ergoentropy methods of assessment and management of economic systems). Almaty: Gylym, **2002**, 142 (in Russ.).
- 6 Kazhikenova S.Sh. *Ehlementy teorii veroyatnostej i matematicheskoy statistiki* (Elements of the theory of probability and mathematical statistics). Karaganda: KarGTU, **2006**, 120 (in Russ.).
- 7 Abramov A.A. *Tekhnologiya pererabotki i obogashcheniya rud tsvetnykh metallov: Uchebnoe posobie dlya vuzov* (Technology of processing and enrichment of non-ferrous metals: Textbook for high schools) Moscow: MGU, **2005**, 575 (in Russ.).
- 8 Kazhikenova S.Sh. *Teoreticheskie osnovy informatsionnogo analiza tekhnologicheskikh sistem* (Theoretical basis of the information analysis of the technology systems). *Vestnik Kuzbasskogo GTU = Bulletin of the Kuzbass STU*. **2009**, 1, 48-52 (in Russ.).
- 9 Voskoboynikov V.G., Kudrin V.A., Yakushev A.M. *Obshchaya metallurgiya. Uchebnyk dlya vuzov* (General Metallurgy. Textbook for high schools). Moscow: IKC Akademkniga, **2005**, 768 (in Russ.).
- 10 Hodakov G.S. *Fizika izmel'cheniya* (Grinding Physics). Moscow: Nauka, **1972**, 240 (in Russ.).
- 11 Kazhikenova S.Sh. *Opređenje kachestva tekhnologicheskikh produktov v protsesse ikh polucheniya* (Determination technological quality products during their receipt). *Tekhnologiya proizvodstva metallov i vtorichnykh materialov = Metal production technology and recycled materials*. **2008**, 2(14) 25-32 (in Russ.).
- 12 Kazhikenova S.Sh. *Otsenka kachestva avtogenykh protsessov medeplavil'nogo proizvodstva* (Evaluation of the quality of autogenous processes of copper-smelting production). *Tsvetnaya metallurgiya = Non-ferrous metallurgy*. **2009**, 5, 26-32 (in Russ.).

#### ТҮЙІНДЕМЕ.

Энтропия үдерісін ұсақтауды ажырату айырмашылық белгілері арқылы есептеуде ұсақталған материалдың фракциялық құрамын анықтаудың үш нұсқасы болуы мүмкін: әр фракциядағы дәнек саны бойынша, олардың бет ауданы бойынша және дәнектің орташа көлемі бойынша. Бұл жұмыста энтропия үдерісін ұсақтауды есептеу жоғарыда аталған нұсқалары бойынша ұсақталған материалдың фракциялық құрамын ажыратудағы белгілердің математикалық және физикалық маңыздылығының салыстырмалы сараптамасы арқылы жүргізіледі. Фракцияларды араластыруда энтропиялық сараптама үдерісі үшін орташа көлемді дәнекті пайдалану фракция ұғымына тікелей қатысы бар ұғым болып табылады, ал дәнектің бет ауданы мен саны, өз кезегінде материалдарды араластыруда ұсақтау үдерісін жанамалап көрсетеді, желілік көлем бойынша материалды фракциялау қатынас бойынша тек екінші нұсқалы болып табылады, сол себепті әр фракциядағы дәнектің нақты бет ауданы мен санын анықтауда қиындық туады. Барлық фракция бірдей көлемі және массасы бойынша, берілген фракцияларды біркелкі бөлуде дәнектің саны бойынша бұрмалау болады, оған қоса бет ауданы бойынша айырмашылық белгілерін пайдалану жағдайында да, энтропия үдерісін ұсақтауды есептеу үшін орташа көлемді дәнекті мақсатты пайдалану қажет. Сол себепті энтропия үдерісін ұсақтау сараптамасы үшін материалдарды фракциялауға дәнектің көлемі бойынша олардың кезекті белгіленген заңдылығын бұзуды пайдалануы қажет.

**Түйінді сөздер:** ұсақтау, энтропия, есептеу, ажырату белгілері, салыстырмалы сараптама.

#### SUMMARY

There are three possible ways to calculate the entropy of the grinding process in view of various signs of distinguishability of fractional composition of the crushing material: by the average grain size, the surface area and the number of grains in each fraction. In this article performed a comparative analysis of the physical and mathematical importance of signs of discernibility of the fractional composition of the crushed material by the above mentioned options to calculate the entropy of the grinding process. The most expedient for analyzing the entropy of process of fractions mixing is using the average grain size as most directly related to notion fraction. And the grains surface area and the number of grains reflect indirectly the process of mixing of the material during grinding. Because they are only secondary signs of discernibility with respect to material fractionation by linear size. So it is difficult to determine real surface area and real number of grains in each fraction. Usefulness of the average grain size for calculating the entropy of the grinding process consists in the fact that in the case of using sign of discernibility by surface area and, moreover, by the number of grains takes place a strong distortion of the uniform distribution of fractions by given same mass and volume of all fractions. Thus, for analyze of the entropy of grinding process should be used fractionation of the material by size of grains with a given law of their sequential fracture.

**Key words:** grinding, entropy, calculation, signs of discernibility, comparative analysis.

Поступила 08.01.2016