

ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

УДК 622.8

Комплексное использование
минерального сырья. № 2. 2016.

В. П. МАЛЫШЕВ*, А. М. МАКАШЕВА, Ю. С. ЗУБРИНА, Г. Л. КАТКЕЕВА

Химико-металлургический институт им. Ж. Абишева, Караганда, *eia_hmi@mail.ru

ОЦЕНКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО КРУПНОСТИ И СОДЕРЖАНИЮ В НИЖНЕМ КЛАССЕ ПО СИТОВОМУ АНАЛИЗУ

На практике как исходный, так и текущий фракционный состав измельчаемого материала представляется с указанием суммарного содержания нижних классов, ввиду трудности выполнения ситового анализа для микронных и субмикронных частиц, представляющих шламистую фракцию. Между тем её значение для эффективности флотации велико и требует оперативной оценки. Для того чтобы достаточно точно оценить фракционный состав тонких классов, представляемых суммарно в виде содержания материала под нижним ситом, должны соблюдаться условие «крутого спада» в сторону тонких фракций и строгое равенство их расчетных значений суммарной величине P_{-d_j} . Эти требования выполняются на основе расчета быстро сходящихся сумм ряда к некоторой заданной величине. Путем алгебраических преобразований сумма приводится к более подходящему для решения виду. В результате получена расчетная зависимость долевого содержания нижних фракций $P_i = (1 - P_{-d_j})P_{-d_j}^i$, которая, в свою очередь, гарантирует крутой спад P_i и условие $\sum_{i=1}^{\infty} P_i = P_{-d_j}$. Для каждого члена ряда, т.е. для выхода любой i -ой тонкой фракции в составе нижнего класса P_{-d_j} было выведено более общее выражение подобной функции, усиливающее ее адаптационные возможности: $P_i = P_{-d_j}(r-1)\left(\frac{1}{r}\right)^i$, где $r > 1$. При $r = 1/P_{-d_j}$ эта функция сводится к базовой. Приведена проверка предлагаемых формул для расчета выхода нижних классов по опытным данным, свидетельствующая о высокой адекватности применения предложенных зависимостей.

Ключевые слова: распределение, оценка, крупность, остаточный класс, ситовой анализ.

Введение. В реальных условиях на измельчение подается материал достаточно широкого фракционного состава, причем самый нижний класс, как правило, представлен интервалом $-d_j+0$, например, $-0,1$ или $-0,071$ мм, как будто содержание этого класса можно оценивать только суммарно, и не имеет значения его детальная классификация. На самом деле даже с точки зрения флотационного обогащения присутствие заметного количества очень тонких (шламистых) классов может ухудшать селекцию ценных минералов и пустой породы, приводя к их коллективному переходу в концентрат [1-4]. Помимо этого, если преследуется цель получения наноразмерных частиц путем измельчения, то подобные классы становятся целевыми. Однако в современных теориях измельчения, учитывающих стохастическую природу реализации этого процесса в промышленных мельницах, конкретным фракционным составом тонких классов пренебрегают [5-9]. Напротив, для пользования вероятностной теорией измельчения, разрабатываемой авторами

[10], необходимо как исходный, так и текущий состав измельчаемого материала представлять детально. Это делается с подчинением закономерности последовательного изменения среднего размера каждого класса по правилу $d_j = 0,5d_{j-1}$, в том числе и самого нижнего, т.е. фракции $-d_j+0$. Поскольку предварительное разрушение при дроблении (в щековых, конусных, валковых и т.п. дробилках) хотя и подчиняется другой динамике, тем не менее изменение размера кусков при ударных нагрузках и раздавливании описывается едиными результатами последовательного половинного изменения размера куска [11]. Процедура оценки фракционного состава нижнего класса измельчаемого материала представляется необходимой для раскрытия тонких особенностей этого сложнейшего процесса, в том числе для расчета его энтропии. Таким образом, ставится задача математически корректно оценить фракционный состав тонких классов по суммарному их выходу на основании обычных экспериментальных определений, особенно по исходному составу

материала для последующего сравнения с результатами расчета по вероятностной теории измельчения, по которой получается полный фракционный состав вплоть до исчезающе малого содержания тонких классов.

Обоснование методики оценки фракционного состава нижнего класса измельчаемого материала. С этой целью средний размер первого из всех нижних классов берется как половина от среднего размера последней междуситовой фракции. Например, от фракции -0,1+0,07 мм со средним размером $8,55 \cdot 10^{-5}$ м первая фракция в суммарном нижнем классе будет иметь средний размер $4,275 \cdot 10^{-5}$ м. Следующие фракции представляются последовательными половинными размерами от этой первой фракции.

Число этих фракций определяется заданной точностью расчета выхода каждого класса, как обычно до 0,001 доли единицы (или 0,1 %). В свою очередь, необходимо строго соблюсти сходимость суммы нижних фракций к величине, определенной в ситовом анализе для класса $-d_j+0$. Кроме того, следует обеспечить резкое уменьшение выхода каждой последующей фракции, так называемого «крутого спада» в сторону тонких фракций [11], к каковым и относится весь нижний ситовой класс и который приводит к асимметрии фракционного состава, нормализующегося только в результате его логарифмического представления [12-13].

Задача учета сходимости суммы выхода тонких фракций к определенной величине, равной общему содержанию нижней фракции, а также резкого понижения выхода каждой последующей фракции может быть решена на основе быстро сходящихся сумм ряда к некоторой заданной величине. Это было сделано в работе [14] для расчета распределения кластеров твердой фазы в жидкостях и их площади поверхности на основе разложения функции в ряд [15]

$$\frac{x}{1-x} = x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^n + \dots \quad (1)$$

по отношению к величине $|x| < 1$, которая соблюдается для выхода любой фракции в долях единицы. Путем алгебраических преобразований можно сумму (1) привести к более подходящему для решения поставленной задачи виду

$$x = (1-x)(x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^n + \dots). \quad (2)$$

Помимо того, что получилась формула для разложения любого положительного числа $x < 1$

в ряд, она же позволяет определить долю любого члена этой суммы как

$$x_i = (1-x)x^i \quad (3)$$

при обязательной сходимости этой суммы к величине x :

$$\sum_{i=1}^{\infty} (1-x)x^i = (1-x) \sum_{i=1}^{\infty} x^i = x. \quad (4)$$

Применительно к рассматриваемой задаче по распределению выхода нижних классов, начиная с первого, P_1 , формула (3) примет вид

$$P_i = (1 - P_{-d_j})P_{-d_j}^i, \quad (5)$$

где P_{-d_j} - суммарный выход класса $-d_j+0$ по результатам ситового анализа, i - порядковый номер класса во множестве P_i в пределах P_{-d_j} .

Для практических целей можно ограничиться некоторой заданной точностью P_i , равной 0,001 д.е. Пример расчета распределения P_i при заданных значениях P_{-d_j} приведен в таблице 1.

Таблица 1 – Распределение фракций в нижнем (остаточном) ситовом классе при различных значениях P_{-d_j} по (5)

i	$P_{-d_j} = 0,4$		$P_{-d_j} = 0,3$		$P_{-d_j} = 0,2$		$P_{-d_j} = 0,1$	
	P_i	ΣP_i	P_i	ΣP_i	P_i	ΣP_i	P_i	ΣP_i
1	0,240	0,240	0,210	0,210	0,160	0,160	0,090	0,090
2	0,096	0,336	0,063	0,273	0,032	0,192	0,009	0,099
3	0,038	0,374	0,019	0,292	0,006	0,198	0,001	0,100
4	0,015	0,390	0,006	0,298	0,001	0,200	0	0,100
5	0,006	0,396	0,002	0,299	0	0,200	0	0,100
6	0,003	0,398	0,001	0,300	0	0,200	0	0,100
7	0,001	0,399	0	0,300	0	0,200	0	0,100
8	0	0,400	0	0,300	0	0,200	0	0,100

Как следует из этих данных, при последовательном переходе от фракции к фракции их выход резко уменьшается от 2,5 до 10 раз по мере снижения общего содержания нижней фракции от $P_{-d_j} = 0,4$ до $P_{-d_j} = 0,1$. Это в сравнении с уменьшением среднего размера частиц в два раза указывает на реализацию крутого спада в сторону тонких (шламистых) классов, что соответствует данным практики для любых способов дробления и измельчения. При этом конкретное выражение среднего размера частиц в тонких классах может быть каким угодно, подчиняясь единой закономерности крутого спада, в данном случае по формуле (5).

Например, если нижний класс начинается с размера $8,55 \cdot 10^{-5}$ м, то этому размеру и всем

последующим можно сопоставить значения i , начиная с единицы:

i	1	2	3	4	5	6	7
d_i	$8,55 \cdot 10^{-5}$	$4,28 \cdot 10^{-5}$	$2,14 \cdot 10^{-5}$	$1,07 \cdot 10^{-5}$	$5,34 \cdot 10^{-6}$	$2,67 \cdot 10^{-6}$	$1,34 \cdot 10^{-6}$

При этом выход классов при соответствующем значении P_{-d_j} следует взять из таблицы 1 или рассчитать по формуле (5) для любой величины P_{-d_j} .

Таким образом, исходя из общих закономерностей процесса разрушения кусковых материалов, можно более детально оценить состав нижнего класса в исходном продукте и использовать этот состав для расчетов с помощью вероятностной модели измельчения. Если же имеются экспериментальные или практические данные для той или иной продолжительности измельчения с представлением только суммарного выхода нижнего класса P_{-d_j} , то предлагаемый метод оценки распределения содержания тонких фракций можно применять и здесь, тем более для сопоставления с прогнозом этого распределения в рамках какой-либо общей модели измельчения.

Необходимо отметить, что предложенная методика оценки фракционного состава нижнего (остаточного) класса применима только для таких распределений общего фракционного состава, в котором содержание нижнего класса находится на убывающей ветви распределения. Это автоматически соблюдается для исходного состава материала перед измельчением, когда содержание нижнего класса, как правило, намного меньше 0,5 или вообще отсутствует, а также для таких стадий измельчения, в которых распределение выхода фракций сопровождается формированием максимума.

Как отмечено выше, темп понижения выхода тонких фракций в предложенной формуле увеличивается по мере уменьшения суммарного содержания нижней фракции P_{-d_j} (см. табл. 1). В общем, это соответствует тенденции крутого спада, но, учитывая аппроксимирующий (оценочный) характер формулы (5), можно усилить адаптационные свойства подобной зависимости с сохранением обязательной сходимости суммы выходов тонких фракций к величине P_{-d_j} , но с предоставлением возможности вариации темпа крутого спада.

С этой целью следует использовать формулу для предельной суммы сходящегося ряда общего вида [16]

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{r}\right)^{i-1} = \frac{r}{r-1}, \quad (6)$$

где r – любое число больше единицы.

Вполне очевидно, что сумма этого ряда всегда больше единицы при том, что для $r \rightarrow \infty$ сумма уменьшается, стремясь к единице. Но этот же ряд для любого r начинается с единицы. Поэтому можно получить другой ряд, начинающийся со следующего члена ряда, т.е. с $1/r$, путем вычитания единицы из предела суммы ряда (6):

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{r}\right)^i = \frac{r}{r-1} - 1 = \frac{1}{r-1}. \quad (7)$$

$$(r-1) \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{r}\right)^i = \sum_{i=1}^{\infty} (r-1) \left(\frac{1}{r}\right)^i = 1. \quad (8)$$

Наконец, умножая все члены равенства на P_{-d_j} , получаем искомую зависимость, ограниченную суммарным содержанием нижней фракции:

$$\sum_{i=1}^{\infty} P_{-d_j} (r-1) \left(\frac{1}{r}\right)^i = P_{-d_j}. \quad (9)$$

Отсюда следует расчетная формула для каждого члена ряда, т.е. для содержания (выхода) любой i -ой тонкой фракции в составе нижнего класса P_{-d_j} :

$$P_i = P_{-d_j} (r-1) \left(\frac{1}{r}\right)^i \quad (10)$$

Сравнивая формулы (5) и (10), можно установить, что первая является частным случаем второй при значении $r = 1/P_{-d_j}$. Так, приравняв их выражений (10) и (5)

$$P_{-d_j} (r-1) \left(\frac{1}{r}\right)^i = (1 - P_{-d_j}) P_{-d_j}^i \quad (11)$$

получим соотношение

$$r-1 = \left(\frac{1}{P_{-d_j}} - 1\right) (r P_{-d_j})^i, \quad (12)$$

из которого по необходимости подобия левой и правой частей находим условия перехода подобия в равенство при $r = 1/P_{-d_j}$, обеспечивающее обращение $(r P_{-d_j})^i$ в единицу.

Покажем, что может дать вариация значения r при какой-либо заданной величине P_{-d_j} , например, при сравнительно медленном изменении P_i в случае $P_{-d_j} = 0,4$ (см. табл. 1). Результаты расчета по формуле (10) приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Распределение фракций в нижнем (остаточном) ситовом классе при $P_{-d_j} = 0,4$ и вариации r по (10)

i	r = 2,5		r = 5,0		r = 7,5		r = 10	
	P_i	ΣP_i	P_i	ΣP_i	P_i	ΣP_i	P_i	ΣP_i
1	0,240	0,240	0,320	0,320	0,347	0,347	0,360	0,360
2	0,096	0,336	0,064	0,384	0,046	0,393	0,036	0,396
3	0,038	0,374	0,013	0,397	0,006	0,399	0,004	0,400
4	0,015	0,390	0,003	0,399	0,001	0,400	0	0,400
5	0,006	0,396	0	0,400	0	0,400	0	0,400
6	0,003	0,398	0	0,400	0	0,400	0	0,400
7	0,001	0,399	0	0,400	0	0,400	0	0,400
8	0	0,400	0	0,400	0	0,400	0	0,400

Из сопоставления таблиц 1 и 2 видно, что при $r = 2,5$, которому соответствует $P_{-d_j} = 1/r = 0,4$, результаты расчетов полностью совпадают с данными таблицы 1 для этого значения. С повышением значения r для той же величины P_{-d_j} происходит резкое усиление «спада» P_i , сопоставимое с тем, что наблюдается для понижающихся остаточных содержаний нижнего класса с 0,4 до 0,1 по формуле (5). Это позволяет рекомендовать формулу (5) для базовых расчетов с целью дополнения отсутствующих данных по исходному или текущему содержанию нижних классов, а формулу (10) – при необходимости аппроксимации имеющихся сведений по этим характеристикам.

Проверка предлагаемых формул для расчета выхода нижних классов по опытным данным. Поскольку предлагаемые формулы могут быть применены не только для оценки содержания самых мелких классов, но и вообще для нисходящих ветвей в распределении фракционного состава, в качестве опытных можно использовать данные, относящиеся к какой-либо дробленой руде, направляемой на измельчение в шаровые мельницы. Например, для одной из руд Жезказганского месторождения этот состав имеет вид, представленный в таблице 3.

Таблица 3 – Фракционный состав руд Жезказганского месторождения

Номер фракции, j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Фракция, мм	+10	-10+8	-8+5	-5+2	-2+1	-1+0,5	-0,5+0,2	-0,2+0,1	-0,1+0,071
Содержание, %	1,9	4,8	29,1	32,6	12,2	7,6	5,3	2,8	1,0

Здесь ниспадающая ветвь начинается с класса 5 +2 мм, поэтому для обработки выделим шесть соответствующих фракций, суммарное со-

держание которых составляет 61,5%, или в долевой размерности $P_{-d_3} = 0,615$, где $-d_3 = 6,5$ мм ($6,5 \cdot 10^{-3}$ м).

В соответствии с базовой формулой (5) расчетная зависимость выразится как

$$P_i = (1 - 0,615)0,615^i = 0,385 \cdot 0,615^i. \quad (13)$$

Результаты расчетов в сопоставлении с опытными данными представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Расчетные (13) и опытные данные фракционного состава для нижних классов

Номер фракции, i	1	2	3	4	5	6
$P_{i(оп.)}$, д.е.	0,326	0,122	0,076	0,053	0,028	0,010
$P_{i(13)}$, д.е.	0,237	0,146	0,090	0,055	0,034	0,021

Несмотря на заметное отклонение сравниваемых величин в первой точке в целом коэффициент нелинейной корреляции оказался равным $R = 0,915$ при его значимости $t_R = 11,2 > 2$, что свидетельствует о 95 % уровне достоверности полученной расчетной зависимости. Что же касается первой точки, то она соответствует максимуму в распределении фракционного состава, и крутой спад данных фактически начинается не с неё, а после неё. Поэтому коэффициент корреляции последних пяти парных точек оказался выше: $R = 0,960$ при $t_R = 21,4 > 2$.

Тем не менее можно проверить адаптационные возможности формулы более общего вида (10) путем подбора наиболее адекватного значения r . Так, для всех шести точек при $P_{-d_3} = 0,615$ начальное значение r составляет $1/P_{-d_3} = 1,626$, чему соответствует полная идентичность с расчетной формулой (13). Но при этом расчетный спад выхода фракций оказался менее крутым, чем опытный, поэтому требуется повышение величин r . Последовательный поиск приводит к значению $r = 2,1$ и соответствующей расчетной формуле на основе (10)

$$P_i = 0,615(2,1 - 1)(1/2,1)^i = 0,6765 \cdot 0,4762^i, \quad (14)$$

результаты расчета по которой в сопоставлении с опытными данными приведены в таблице 5.

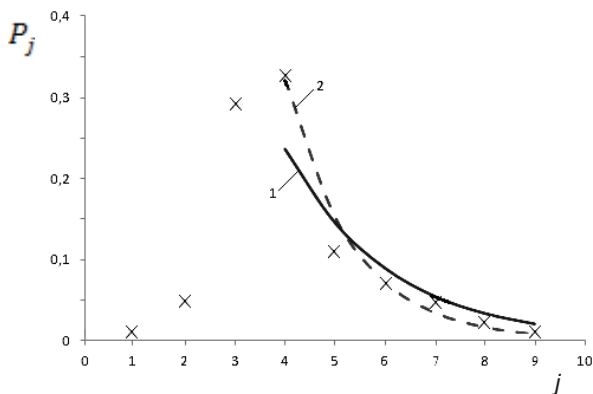
Таблица 5 – Расчетные (14) и опытные данные фракционного состава для нижних классов

Номер фракции, i	1	2	3	4	5	6
$P_{i(оп.)}$, д.е.	0,326	0,122	0,076	0,053	0,028	0,010
$P_{i(14)}$, д.е.	0,322	0,153	0,073	0,035	0,017	0,008

Здесь все данные, включая первую точку, находятся в наибольшем согласии, о чем свидетельствует высокий коэффициент корреляции $R = 0,987$ и его значимость $t_R = 74,4 \gg 2$.

При этом степень детерминации $D = R^2$, характерная для функциональных зависимостей ($D > 0,6$) полученного уравнения (14), составила 0,974. Этим же критериям отвечает базовая формула (13), для которой $D = 0,915^2 = 0,837$.

Сопоставление всех данных приведено на рисунке 1.



крестики — опытные данные; 1 — рассчитанные по формуле (13) и 2 — рассчитанные по формуле (14)

Рисунок 1 — Распределение фракций дробленой руды (P_j , д.е.)

Разумеется, приведенный размер обработки опытных данных на зависимость крутого спада требует дополнения другими проверками, в частности, по ситовому анализу тонких фракций при $d_j < 0,071$ мм. Однако сам по себе установленный факт крутого спада, на основании которого определена закономерность логарифмически нормального распределения по выходу фракций [11, 12], позволяет считать возможной оценку отсутствующих опытных данных по тонким фракциям с целью дальнейшего применения для них более строгих математических моделей процесса измельчения, представленных в [18].

Выводы. Проведена оценка фракционного состава тонких классов, представленных суммарно в виде содержания материала под нижним ситом P_{-d_j} . Для этого необходимо соблюсти практически установленное условие «крутого спада» в сторону тонких фракций и строгое равенство их расчетных значений суммарной величине P_{-d_j} . Эти требования выполняются при использовании различных выражений для сходящихся сумм ряда. Среди них в качестве базовой расчетной

зависимости предложена та, что соответствует разложению функции $(1 - x)^{-1}$, которая приводит к расчетной зависимости долевого содержания нижних фракций, начиная с первой

$$P_i = (1 - P_{-d_j})P_{-d_j}^i,$$

гарантирующей крутой спад P_i и условие

$$\sum_{i=1}^{\infty} P_i = P_{-d_j}.$$

Более общее выражение подобной функции, усиливающее ее адаптационные возможности, получено на основе сходящихся степенных рядов в виде расчетной зависимости

$$P_i = P_{-d_j}(r - 1)\left(\frac{1}{r}\right)^i,$$

где ($r > 1$). При $r = 1/P_{-d_j}$ эта функция сводится к базовой.

Приведены примеры описания этими функциями опытных данных, свидетельствующие о высокой адекватности предложенных зависимостей.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Абрамов А.А. Переработка, обогащение и комплексное использование твердых полезных ископаемых. Учебник для вузов. — М.: Московский государственный горный университет, 2004. — Т. 2, — 510 с.
- 2 Авдохин В.М. Основы обогащения полезных ископаемых. Учебник для вузов. — М.: МГТУ, Горная книга, 2008. — Т. 2, — 310 с.
- 3 Абрамов А.А. Собрание сочинений. Т. 1. Обогащительные процессы и аппараты. Учебник для вузов. — М.: Московский государственный горный университет, Горная книга, 2010. — 470 с.
- 4 Федотов К.В., Никольская Н.И. Проектирование обогащительных фабрик. Учебник для вузов. — М.: Горная книга, 2012. — 536 с.
- 5 Арестова А.В. Теоретические основы автоматизированного управления. Автоматизация обогащительных фабрик. — Екатеринбург: Уральский государственный горный университет, 2005. — 316 с.
- 6 Полько П.Г. Совершенствование управления процессом измельчения рудных материалов с применением правил нечеткой логики. Автореф. дисс. ... к. т. н.: 05.13.06. — Магнитогорск, 2011. — 20 с.
- 7 Пироцкий В.З. Основы расчета процесса измельчения в замкнутом цикле // Тр. НИИЦемент. — М.: НИИЦемент, 1972. — Вып. 26. — С. 56-62.
- 8 Андреев Е.Е., Бондаренко В.П., Тихонов В.П. Исследование циклов мокрого замкнутого измельчения на математических моделях // Цветные металлы. — 2000. — № 12. — С. 9-11.
- 9 Васильев А.М., Андреев Е.Е., Силакова О.Ю. Оптимизация процесса измельчения с помощью компьютерного моделирующего пакета JKSIMMET // Обогащение руд. — 2007. — № 3. — С. 8-9.
- 10 Малышев В.П., Турдукожаева А.М., Кайкенов Д.А. Развитие теории измельчения руд на основе молекулярной теории соударений и формальной кинетики последовательных реакций // Обогащение руд. — 2012. — № 4. — С. 29-35.
- 11 Ходаков Г.С. Физика измельчения. — М.: Наука, 1972. — 240 с.

12 Разумовский Н.К. Характер распределения содержания металлов в рудных месторождениях // Докл. АН СССР. – 1940. – Т. 28, № 9. – С. 815-817.

13 Колмогоров А.Н. О логарифмически нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении // Докл. АН СССР. – 1941. – Т. 31, № 2. – С. 99-101.

14 Малышев В.П., Бектурганов Н.С., Турдукожаева А.М. Вязкость, текучесть и плотность веществ как мера их хаотизации. – М.: Научный мир, 2012. – 288 с.

15 Бронштейн М.Н., Семедьяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1987. – 544 с.

16 Малышев В.П., Зубрина Ю.С. О возможности оценки и расчета суммы ряда на основе интегрального признака сходимости Коши, Маклорена // Вестник НАН РК. – 2015. – № 4. – С. 71-76.

17 Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 418 с.

18 Малышев В.П. Новый аспект в теории измельчения руд и управления этим процессом // Обогащение руд. – 1995. – № 4-5. – С. 4-14.

REFERENCES

1 Abramov A.A. *Pererabotka, obogashchenie i kompleksnoe ispol'zovanie tverdykh poleznykh iskopaemuln. Uchebnik dlya vuzov* (Processing, enrichment and comprehensive utilization of solid minerals. Textbook for high schools). Moscow: Moskovskij gosudarstvennyj gornyj universitet, **2004**, 2, 510 (in Russ.).

2 Avdohin V.M. *Osnovy obogashcheniya poleznykh iskopaemykh. Uchebnik dlya vuzov*. (Bases of mineral processing. Textbook for high schools). Moscow: MG TU, Gornaya kniga, **2008**, 2, 310 (in Russ.).

3 Abramov A.A. *Sobranie sochinenij. Tom 1. Obogatitel'nye protsessy i apparaty. Uchebnik dlya vuzov* (Collected Works. Volume 1. Enrichment processes and devices. Textbook for high schools). Moscow: Moskovskij gosudarstvennyj gornyj universitet, Gornaya kniga, **2010**, 470 (in Russ.).

4 Fedotov K.V., Nikol'skaja N.I. *Proektirovanie obogatitel'nykh fabric. Uchebnik dlya vuzov* (Design of coal preparation factory. Textbook for high schools). Moscow: Gornaya kniga, **2012**, 536 (in Russ.).

5 Arestova A.V. *Teoreticheskie osnovy avtomatizirovannogo upravleniya. Avtomatizatsiya obogatitel'nykh fabric* (Theoretical Foundations of automated management. Automation of enrichment factories). Yekaterinburg: Ural'skij gosudarstvennyj gornyj universitet, **2005**, 316 (in Russ.).

6 Pol'ko P.G. *Sovershenstvovanie upravleniya protsessom izmel'cheniya rudnykh materialov s primeneniem pravil nechetkoj logiki* (Improved of process control of grinding the ore materials using the rules of fuzzy logic). Avtoref. diss. ... k.t.n: 05.13.06. Magnitogorsk, **2011**, 20 (in Russ.).

7 Pirotskij V.Z. *Osnovy rascheta processa izmel'cheniya v zamknutoj tsikle* (Bases calculation grinding process in a closed loop). Moscow: Nilcementa, **1972**, 26, 56-62 (in Russ.).

8 Andreev E.E., Bondarenko V.P., Tihonov V.P. *Issledovanie tsiklov mokrogo zamknutogo izmel'cheniya na matematicheskikh modelyakh* (The study of cycles of wet closed grinding on mathematical models). *Tsvetnye metally = Non-ferrous metals*. **2000**, 12, 9-11 (in Russ.).

9 Vasil'ev A.M., Andreev E.E., Silakova O.Y. *Optimizatsiya processa izmel'cheniya s pomoshch'yu komp'yuternogo modeliruyushchego paketa JKSIMMET* (Optimization of the grinding process by computer modeling package JKSIMMET). *Obogashchenie rud = Ore-dressing*. **2007**, 3, 8-9 (in Russ.).

10 Malyshev V.P., Turdukozhaeva A.M., Kajkenov D.A. *Razvitiye teorii izmel'cheniya rud na osnove molekulyarnoj teorii soudarenij i formal'noj kinetiki posledovatel'nykh reaktsij* (The development of the theory of grinding ores on the basis of molecular theory of collision and formal kinetics of consecutive reactions). *Obogashchenie rud = Ore-dressing*. **2012**, 4, 29-35 (in Russ.).

11 Hodakov G.S. *Fizika izmel'cheniya* (Grinding Physics). Moscow: Nauka, **1972**, 240 (in Russ.).

12 Razumovskij N.K. *Kharakter raspredeleniya sodержanij metallov v rudnykh mestorozhdeniyakh* (Character of the distribution of the metal content of ore deposits). *Dokl. AN SSSR = Reports of the USSR AS*. **1940**, 9, 815-817 (in Russ.).

13 Kolmogorov A.N. *O logarifmicheski normal'nom zakone raspredeleniya razmerov chastits pri droblenii* (About the log-normal distribution of particle sizes by crushing). *Dokl. AN SSSR = Reports of the USSR AS*. **1941**, 2, 99-101 (in Russ.).

14 Malyshev V.P., Bekturganov N.S., Turdukozhaeva A.M. *Vyazkost', tekuchest' i plotnost' veshchestv kak mera ih haotizatsii* (Viscosity, fluidity and density of substances as a measure of chaotization). Moscow: Nauchnyj mir, **2012**, 288 (in Russ.).

15 Bronshtejn M.N., Semendyaev K.A. *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov*. (Handbook of mathematics for engineers and technical colleges students). Moscow: Nauka, **1987**, 544 (in Russ.).

16 Malyshev V.P., Zubrina Y.S. *O vozmozhnosti otsenki i rascheta summy ryada na osnove integral'nogo priznaka skhodimosti Koshi, Maklorena* (About the possibility of assessing and calculating the sum of the series on the basis of an integral feature convergence of the Cauchy, Maclaurin). *Vestnik NAN RK = Journal of National Academy of Sciences of Kazakhstan*. **2015**, 4, 71-76 (in Russ.).

17 Shennon R. *Imitatsionnoe modelirovanie sistem – iskusstvo i nauka* (Simulation modeling of systems - the art and science). Moscow: Mir, **1978**, 418 (in Russ.).

18 Malyshev V.P. *Novyj aspekt v teorii izmel'cheniya rud i upravleniya ehtim processom* (The new aspect in theory of ore grinding and control of this process). *Obogashchenie rud = Ore-dressing*. **1995**, 4-5, 4-14 (in Russ.).

ТҮЙІНДЕМЕ

Тәжірибеде ұсақталған материалдың ағымдағы фракциялық құрамында да, бастапқы құрамында да шламдас фракцияны көрсететін субмикрондық және микрондық бөлшектер үшін електі сараптама жасау қиындықтарының орындалу түрі төмен класстардың жиынтықтық құрамын көрсетумен ұсыныллады. Алайда оның мағынасы үшін флотациялаудың тиімділігі маңызды және оперативті бағаны қажет етеді. Төменгі елек астындағы материал құрамы түрінде жалпы ұсынылатын таңдамалы класстардың фракциялық құрамын нақты бағалау үшін, олардың P_{-d_j} жалпы мөлшерінің еселтік мағынасы, таңдамалы фракциясы және қатаң теңдіктерді жағында «күрт құлдырауы» деп аталатын жағдайлар сақталуы керек. Бұл талаптар кейбір ұсынылып отырған ұстанымдардың келістірілген баға ретін есептеу негізінде орындалады. Бағалардың алгебралық өзгерту жолы арқылы шешемін табудың қолайлығы келтірілген. Нәтижесінде төменгі фракцияның үлестік құрамының еселтік тәуелділігі алынған, $P_i = (1 - P_{-d_j})P_{-d_j}^i$, ол P_i күрт құлдырауы мен $\sum_{i=1}^{\infty} P_i = P_{-d_j}$ жағдайларына кепілдік береді. P_{-d_j} төмен классты құрамдағы таңдамалы фракцияның кез келген i -не шығу үшін де, әр реттің мүшесі үшін де оның адаптациялық мүмкіндігін күшейтетін функцияның жалпы түрі

шығарылған $P_i = P_{-d_j}(r-1)\left(\frac{1}{r}\right)^i$, онда $r > 1$. $r = 1/P_{-d_j}$ -де бұл функция базалыққа жатқызылады. Ұсынылып отырған тәуелділікті қолданудың жоғарғы адекваттылығы туралы қуәландыратын тәжірибелі деректер бойынша төменгі классты шығыстарды есептеу үшін келтірілген формулаларға тексеріс жүргізілді.

Түйінді сөздер: бөлу, баға, үлкендігі, қалдық классы, електі сараптама.

SUMMARY

In practice, initial and current fractional composition of the crushed material is presented with indication of the total content of the lower classes due to the difficulty of performing sieve analysis for micron and submicron particles representing slime fraction. Its importance for the efficiency of the flotation is large and requires a rapid assessment. In order to accurately estimate the fractional composition of the thin class representing a total content of the material under the low sieve, should be observed condition of “steep decline” to the direction of thin fractions and strict equality of the calculated values to the total value P_{-d_j} . These requirements are fulfilled on the basis of the calculation of rapidly convergent sums of series to certain predetermined value. In the result received a calculated dependence of the content of the lower fractions $P_i = (1 - P_{-d_j})P_{-d_j}^i$, which guarantees a steep decline P_i and the condition $\sum_{i=1}^{\infty} P_i = P_{-d_j}$. For each member of the series, i.e. for output of any thin fraction i in composition of lower class P_{-d_j} was derived more general expression of such a function, enhancing its adaptive capabilities: $P_i = P_{-d_j}(r-1)\left(\frac{1}{r}\right)^i$, wherein $r > 1$. When $r = 1/P_{-d_j}$ this function is reduced to the base. The proposed formulas for the calculation of the output of the lower classes were checked by the experimental data, indicating the adequacy of implementation of the proposed dependencies.

Keywords: distribution, evaluation, fineness, size, residual class, sieve analysis.

Поступила 08.01.2016