# ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

### УДК 622.8+622.765

Комплексное использование минерального сырья. № 1. 2017.

# В. П. МАЛЫШЕВ\*, Г. Л. КАТКЕЕВА, Ю. С. ЗУБРИНА, И. М. ОСКЕМБЕКОВ, Д. Р. ГИЗАТУЛЛИНА

Химико-металлургический институт имени Ж. Абишева, г. Караганда, Казахстан \*eia hmi@mail.ru

# РАЗРАБОТКА КОМПЛЕКСНОЙ ВЕРОЯТНОСТНО-ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ И ФЛОТАЦИИ

**Резюме:** Теории измельчения и флотации до сих пор не имеют обобщенного выражения. В данной статье авторами разработан метод комплексного изучения процессов измельчения и флотации в рамках единой математической модели с использованием вероятностной теории измельчения в шаровых мельницах на основе вероятностно-детерминированного планирования эксперимента. Получены частные и обобщенные зависимости содержания и извлечения меди в концентрат основной флотации от продолжительности измельчения, расхода ксантогената и продолжительности флотации. В результате расчетов фракционного состава по вероятностной модели измельчения обоснован экстремальный характер зависимостей содержания и извлечения меди от продолжительности измельчения за счет увеличения выхода шламистой фракции, приводящей к снижению выхода целевой фракции. Получена многофакторная модель процесса и на ее основе рассчитана матрица-номограмма, которая может использоваться как технологическая карта с выделением зоны оптимальных режимов процессов измельчения и флотации.

Ключевые слова: разработка, измельчение, флотация, вероятностно-детерминированная модель, многофакторная модель

Введение. Процессы измельчения и флотации, несмотря на их технологическую последовательность и взаимную зависимость, разрабатываются в рамках отдельных научных дисциплин со своими проблемами и методами их разрешения [1-3]. Во всяком случае, теории измельчения и теории флотации до сих пор не имеют обобщенного выражения. Подобное обобщение представляет большие теоретические трудности и относится, скорее всего, к отдаленному будущему, поскольку сами теории измельчения и флотации до сих пор еще в полной мере нельзя считать завершенными. Тем не менее попытки решить подобную проблему могут предприниматься на основе общенаучных представлений о любых процессах как подчиненных вероятностно-детерминированным закономерностям. К их отображению относятся, например, математические методы планирования эксперимента на основе учета вероятностных (статистических) и детерминированных (соответствующих законам физики и химии) начал и составляющих функционирования любых объектов [4-6] с получением частных однофакторных и обобщенных многофакторных зависимостей в виде уравнения Протодьяконова [7], то есть в виде нормированного произведения частных функций.

В развитие подобного подхода было предложено дополнить широко применяемую процедуру последовательного изучения частных функций (по методу Зейделя-Гаусса) обобщением этих функций путем нормировки их по общему значению и объединения в многофакторную зависимость типа уравнения Протодьяконова [6].

С целью более экономного и равномерного отображения обобщенной функции во всем многофакторном пространстве в реальных пределах изменения и воздействия каждого фактора дальнейшая адаптация метода Зейделя-Гаусса выразилась в такой организации эксперимента, когда нормировка частных зависимостей проводится по результатам центрального эксперимента  $y_{\mu}$ , который входит в каждую частную зависимость  $y_i = f_i(x_i)$ :

$$y = y_{\rm u} \frac{y_{\rm u}}{y_{\rm u}} \cdot \frac{y_{\rm u}}{y_{\rm u}} \cdot \frac{y_{\rm s}}{y_{\rm u}} \dots \frac{y_{\rm n}}{y_{\rm u}} = \frac{\prod_{i=1}^{n} y_{i}}{y_{\rm u}^{n-1}}.$$
 (1)

В этом случае общее число опытов сокращается на число факторов минус единица. После получения данного уравнения оно может быть применено для построения многофакторных намограмм-матриц с выделением областей допустимых и недопустимых сочетаний уровней факторов для достижения нужных результатов, а тем самым и для управления процессом [8-11]. Планирование и проведение эксперимента. Опыты проводили на медносульфидной руде Саякского месторождения с содержанием меди 0,63 %. Руду измельчали в лабораторной шаровой мельнице МШЛ62МЛ-Б.000.РЭ, а измельчаемый продукт флотировали на лабораторной флотомашине 237ФЛ-Д.00.000.РЭ с частотой вращения импеллера 900-3400 об/мин.

План и результаты эксперимента применительно к поставленной задаче по разработке комплексной вероятностно-детерминированной модели процессов измельчения и флотации приведены в таблице 1. Для краткости обозначения расхода ксантогената вместо традиционного сокращения *Kxt* оставляем символ *K*, а для расхода вспенивателя вместо *T*-92 – знак *T*.

Таблица 1 – План и результаты эксперимента по воздействию факторов измельчения и флотации на содержание и извлечение меди из руды в концентрат. Выделены данные для центрального опыта

|                                   | Уровень | Извлечен | ние меди | Содержание меди         |        |  |  |
|-----------------------------------|---------|----------|----------|-------------------------|--------|--|--|
| Факторы                           | факто-  | в конце  | нтрат, ε | в концентрате, $\alpha$ |        |  |  |
|                                   | ра      | %        | д.е.     | %                       | д.е.   |  |  |
| Продолжитель-                     | 10      | 66,18    | 0,6618   | 17,30                   | 0,1730 |  |  |
| ность измельче-                   | 15      | 73,13    | 0,7313   | 16,83                   | 0,1683 |  |  |
| ния, $\tau_{\mu}$ мин, при        | 20      | 78,31    | 0,7831   | 12,84                   | 0,1284 |  |  |
| Г/т т = 6 мин                     | 25      | 78,33    | 0,7833   | 9,39                    | 0,939  |  |  |
|                                   | 30      | 75,41    | 0,7541   | 14,34                   | 0,1434 |  |  |
| Расход ксантоге-                  | 40      | 71,64    | 0,7164   | 13,38                   | 0,1338 |  |  |
| ната, К, г/т, при τ <sub>и</sub>  | 80      | 77,05    | 0,7705   | 13,45                   | 0,1345 |  |  |
| = 20 мин, Т = 40                  | (120)   | 78,31    | 0,7831   | 12,84                   | 0,1284 |  |  |
| 171, 1 <sub>ф</sub> – 0 мин       | 160     | 81,82    | 0,8182   | 10,02                   | 0,1002 |  |  |
|                                   | 200     | 86,67    | 0,8667   | 8,48                    | 0,848  |  |  |
| Расход вспенива-                  | 20      | 76,81    | 0,7681   | 12,47                   | 0,1247 |  |  |
| теля, Т, г/т, при т               | 30      | 79,69    | 0,7969   | 12,42                   | 0,1242 |  |  |
| = 20 мин, К = 120                 | (40)    | 78,31    | 0,7831   | 12,84                   | 0,1284 |  |  |
| 1/1, τ <sub>φ</sub> – Ο ΜИΗ       | 50      | 72,73    | 0,7273   | 14,23                   | 0,1423 |  |  |
|                                   | 60      | 77,42    | 0,7742   | 12,72                   | 0,1272 |  |  |
| Продолжитель-                     | 4       | 71,88    | 0,7188   | 13,25                   | 0,1325 |  |  |
| ность флотации,                   | 5       | 75,41    | 0,7541   | 10,10                   | 0,1010 |  |  |
| $τ_{\phi}$ , мин, при $τ_{\mu}$ = | 6       | 78,31    | 0,7831   | 12,84                   | 0,1284 |  |  |
| K = 120  г/т                      | 7       | 90,16    | 0,9016   | 12,08                   | 0,1208 |  |  |
|                                   | 8       | 89,39    | 0,8939   | 13,47                   | 0,1347 |  |  |

Результаты экспериментов и их математическое описание по частным зависимостям для каждого фактора по содержанию и извлечению меди в концентрат основной флотации приведены в таблицах 2, 3 и на рисунке 1.

Как видно из этих данных, зависимости по извлечению и содержанию меди имеют, как обычно, противоположный характер, причем зависимости по извлечению выражены более ярко и адекватно. Таблица 2 – Результаты эксперимента (э) и расчета (р) по содержанию меди, а %, в концентрате основной флотации (уровни факторов из таблицы 1)

| Факторы, частные завис  | имо-         | Уровни факторов |       |       |       |       |  |  |  |
|---|--------------|-----------------|-------|-------|-------|-------|--|--|--|
| сти и коэффициенты ко<br>ляции  | ppe-         | 1               | 2     | 3     | 4     | 5     |  |  |  |
| Продолжительность из-<br>мельчения, т <sub>и,</sub> мин                         | экс-<br>пер. | 17,36           | 16,83 | 12,84 | 9,39  | 14,34 |  |  |  |
| $\alpha = 10 + 0.0576 \cdot 10^{-2} (\tau_u - 22.5)^2 R = 0.490, t_R = 1.1 < 2$ | рас-<br>чет  | 19,00           | 13,24 | 10,36 | 10,36 | 13,24 |  |  |  |
| Расход ксантогената, <i>К</i> , г/т<br>α = 13,45 – 3,451•10 <sup>-4</sup>       | экс-<br>пер. | 13,38           | 13,45 | 12,84 | 10,02 | 8,48  |  |  |  |
| $(K - 80)^2$<br>R = 0,942, $t_R$ = 14,5 > 2                                     | рас-<br>чет  | 12,90           | 13,45 | 12,90 | 11,24 | 8,48  |  |  |  |
| Расход вспенивателя, Т, г/т<br>α = 11,805 + 2,825•10 <sup>-2</sup> Т            | экс-<br>пер. | 12,37           | 12,42 | 12,84 | 14,23 | 12,72 |  |  |  |
| R = 0,160, tR = 0,29 < 2  | рас-<br>чет  | 12,37           | 12,65 | 12,94 | 13,22 | 13,50 |  |  |  |
| Продолжительность<br>флотации, т <sub>ф.</sub> мин                              | экс-<br>пер. | 13,25           | 10,10 | 12,84 | 12,08 | 13,47 |  |  |  |
| $\alpha = 14 - 0,25 \tau_{\phi}$<br>R ~ 0                                       | рас-<br>чет  | 13,00           | 12,75 | 12,50 | 12,25 | 12,00 |  |  |  |

Таблица 3 – Результаты эксперимента (э) и расчета (р) по извлечению меди, є, %, в концентрат основной флотации (уровни факторов из таблицы 1)

| Факторы, частные завис   | имо-         | Уровни факторов |       |       |       |       |  |  |  |
|--|--------------|-----------------|-------|-------|-------|-------|--|--|--|
| сти и коэффициенты ко<br>ляции   | ppe-         | 1               | 2     | 3     | 4     | 5     |  |  |  |
| Продолжительность из-<br>мельчения, т <sub>и.</sub> мин  | экс-<br>пер. | 66,18           | 73,13 | 78,31 | 78,33 | 75,41 |  |  |  |
| $\varepsilon = 80-8,89 \cdot 10^{-2} (\tau_{\mu} - 22,5)2$<br>R = 0,958, t <sub>R</sub> = 20,3 > 2 | рас-<br>чет  | 66,11           | 75,00 | 79,44 | 79,44 | 75,00 |  |  |  |
| Расход ксантогената, К, г/т<br>ε = 67,88+9,394•10 <sup>-2</sup> <i>К</i>                           | экс-<br>пер. | 71,64           | 77,05 | 78,31 | 81,82 | 86,67 |  |  |  |
| R = 0,975, t <sub>R</sub> = 34 > 2   | рас-<br>чет  | 71,64           | 75,40 | 79,16 | 82,91 | 86,67 |  |  |  |
| Расход вспенивателя, Т, г/т<br>ε = 81 – 0,1 <i>Т</i>   | экс-<br>пер. | 76,81           | 79,69 | 78,31 | 72,73 | 77,42 |  |  |  |
| R ~ 0  | рас-<br>чет  | 79,06           | 78,00 | 77,00 | 76,00 | 75,00 |  |  |  |
| Продолжительность<br>флотации, т <sub>ф</sub>  | экс-<br>пер. | 71,88           | 75,41 | 78,73 | 90,16 | 89,39 |  |  |  |
| $\varepsilon = 95 - 0.76 (\tau_{\phi} - 10)^2$<br>R = 0.881, t <sub>R</sub> = 6.8 > 2              | рас-<br>чет  | 67,64           | 76,00 | 82,84 | 88,16 | 91,96 |  |  |  |

Из рассмотренных частных зависимостей наиболее слабо выражены зависимости от расхода вспенивателя, что может быть связано с выбором интервала его вариации сразу же в оптимальной области. Поэтому из дальнейшего анализа процесса этот фактор может быть исключен.



Точки – экспериментальные данные, линии – по частным зависимостям (таблицы 2, 3)

Рисунок 1 – Зависимость содержания (α – 1) и извлечения (ε – 2) меди в концентрат основной флотации от продолжительности измельчения руды (т<sub>изм</sub>), расхода ксантогената (*K*), расхода вспенивателя (В) и продолжительности флотации (τ<sub>φ</sub>)

Таблица 4 – Результаты расчета выхода фракций (Рј)по вероятностной модели измельчения при вариации продолжительности процесса (т)

| j  | <i>d</i> , мм    |      | <i>Р</i> , %, при <i>t</i> |      |      |      |      |      |  |  |  |
|----|------------------|------|----------------------------|------|------|------|------|------|--|--|--|
|    |                  | 0    | 5                          | 10   | 15   | 20   | 30   | 40   |  |  |  |
| 1  | 3,0000           | 16,0 | 5,4                        | 1,8  | 0,6  | 0,2  | 0    | 0    |  |  |  |
| 2  | 1,5000           | 24,3 | 9,2                        | 3,3  | 1,2  | 0,4  | 0    | 0    |  |  |  |
| 3  | 0,7500           | 21,6 | 5,2                        | 1,9  | 0,7  | 0,2  | 0    | 0    |  |  |  |
| 4  | 0,3500           | 15,1 | 7,7                        | 2,7  | 0,9  | 0,3  | 0    | 0    |  |  |  |
| 5  | 0,1500           | 2,8  | 19,3                       | 9,3  | 3,6  | 1,3  | 0,2  | 0    |  |  |  |
| 6  | 0,0855           | 9,4  | 23,1                       | 21,5 | 12,4 | 5,9  | 1,0  | 0,1  |  |  |  |
| 7  | 0,0428           | 9,6  | 19,7                       | 31,4 | 30,9 | 23,5 | 9,3  | 2,9  |  |  |  |
| 8  | 0,0214           | 1,1  | 8,6                        | 21,1 | 32,9 | 38,3 | 33,0 | 21,1 |  |  |  |
| 9  | 0,0107           | 0,1  | 1,6                        | 6,2  | 14,1 | 23,5 | 38,0 | 41,9 |  |  |  |
| 10 | 0,0053           | 0    | 0,1                        | 0,8  | 2,5  | 5,7  | 15,7 | 27,0 |  |  |  |
| 11 | 0,0027           | 0    | 0                          | 0    | 0,2  | 0,6  | 2,5  | 6,4  |  |  |  |
| 12 | 0,0013           | 0    | 0                          | 0    | 0    | 0    | 0,2  | 0,6  |  |  |  |
| 13 | 0,0007           | 0    | 0                          | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    |  |  |  |
|    | Σ                | 100  | 99,9                       | 100  | 100  | 99,7 | 99,9 | 100  |  |  |  |
|    | -0,071           | 10,8 | 30,0                       | 59,5 | 80,6 | 91,6 | 98,7 | 99,9 |  |  |  |
|    | -0,005           | 0    | 0,1                        | 0,8  | 2,7  | 6,3  | 18,4 | 34,0 |  |  |  |
|    | -0,071<br>+0,005 | 10,8 | 29,9                       | 58,7 | 77,9 | 85,3 | 80,3 | 65,9 |  |  |  |

Экстремальный характер зависимостей от продолжительности измельчения руды можно объяснить появлением избыточного содержания шламистой фракции (–5 мкм), ухудшающей показатели флотации за счет перехода в концентрат не только сульфидных минералов, но и минералов пустой породы, на которые расходуется собиратель (ксантогенат) за счет снижения его доли, приходящийся на сульфидные минералы.

С этой целью были проведены расчеты по вероятностной модели измельчения, адаптированной к работе лабораторной шаровой мельницы на рассматриваемой руде, и получены следующие результаты (таблица 4 и рисунок 2).

Из этих данных следует, что по мере увеличения выхода класса –0,071 мм в его составе начинает возрастать содержание шламистой фракции –0,005 мм, и по мере приближения выхода класса –0,071 мм к 100 % доля шламистой фракции достигает 1/3 ее состава. При этом выход собственно



Рисунок 2 – Зависимость выхода (*P*) фракции –0,071 мм (1), шламистой фракции –0,005 мм (2) и их разности –0,071+0,005 (3) от продолжительности измельчения т<sub>и</sub> по вероятностной модели

целевого для флотации класса, т.е. без шламистой фракции, описывается экстремальной зависимостью с максимумом около 80 % в интервале 20-25 мин. Это полностью соответствует положению максимума извлечения меди в концентрат основной флотации при той же продолжительности измельчения. Тем самым подтверждается продуктивность использования вероятностной модели измельчения для детального анализа процесса, предваряющего флотацию, с предсказанием его оптимальной продолжительности.

Взаимное согласие данных по математическому планированию эксперимента и по вероятностной модели измельчения позволяет более уверенно перейти к разработке многофакторных обобщенных зависимостей измельчения и флотации.

Построение и анализ многофакторных зависимостей по содержанию и извлечению меди в концентрат основной флотации. Согласно принятым условиям математического планирования эксперимента значимые частные зависимости обобщаются в виде их произведения с нормировкой по условиям и результатам центрального эксперимента [4] по формуле (1).

Для содержания меди в концентрате значимой оказывается только зависимость от расхода ксантогената (см. таблицу 2):

$$\alpha = 13,45 - 3,451 \cdot 10^{-4} (K - 80)^2.$$
 (2)

Расчет по этой зависимости может быть использован для определения оптимального значения нового комплексного информационного критерия сбалансированности показателей содержания и извлечения в виде произведения αε в долях единицы. Для этого нужна зависимость извлечения меди от расхода того же фактора, т.е. ксантогената (см. таблицу 3):

$$\alpha = 67,88 + 9,394 \cdot 10^{-2} \, K. \tag{3}$$

При этом информационный критерий с учетом перевода показателей α и ε в доли единицы опишется формулой

$$\alpha \varepsilon = 10^{-4} [13,45 - 3,451 \cdot 10^{-4} (K - 80)^{2}] \cdot (67,88 + 9,394 \cdot 10^{-2} K), \text{ д.e.}$$
(4)

Результаты расчета информационного критерия:

*K*, r/r 40 60 80 100 120 140 160 180 200 a 0,0924 0,0979 0,1014 0,1029 0,1021 0,0989 0,0932 0,0848 0,0735

Из этих данных следует, что оптимальным для сбалансированности показателей извлечения и содержания меди является расход ксантогената 100 г/т. Дальнейшее его увеличение приводит к разбалансированию извлечения и содержания из-за существенного уменьшения содержания меди с 13,31 до 7,35 % и соответствующего ухудшения качества чернового концентрата после основной флотации. При максимальном значении показателя αε содержание меди в концентрате основной флотации составляет 13,31 % при извлечении 77,27 %.

На этом основании и по данным практики зона допустимых режимов измельчения и флотации может быть задана в пределах допустимых показателей по извлечению меди, равных 70-80 %.

В многофакторное уравнение для извлечения меди в концентрат включаются значимые частные зависимости от продолжительности измельчения, расхода ксантогената и продолжительности флотации с нормировкой по центральному расчетному значению  $\varepsilon_{\mu}$ . Как следует из данных таблицы 3, величина  $\varepsilon_{\mu}$  несколько отличается для значимых частных функций: для  $f(\tau_{\mu})$  оно составляет 79,44 %, для f(K) - 79,16 %  $f(\tau_{\phi}) - 82,84$  %. Поскольку частные функции в многофакторном уравнении объединяются в виде произведения, общее среднее значение следует рассчитывать как среднее геометрическое:

$$\varepsilon_{\mu} = \sqrt[8]{79,44 \cdot 79,16 \cdot 82,84} = 80,46\%.$$

При этом многофакторное уравнение для извлечения меди в концентрат выразится как

$$\varepsilon = \frac{\left[80 - 3.89 \cdot 10^{-2} (\tau_{\rm H} - 22, 5)^2\right] (67,88 + 9.394 \cdot 10^{-2} K) \left[95 - 0.76 (\tau_{\rm \varphi} - 10)^2\right]}{80,46^2} \quad (5)$$

Результаты расчета по этому уравнению в сопоставлении с экспериментальными данными (є)

### Физико-химические исследования

по этим факторам (см. таблицу 3 без повторения центральных данных):

Коэффициент нелинейной множественной корреляции составил R = 0,910 при значимости по коэффициенту Стьюдента  $t_R = 15,9 > 2$ , что свидетельствует о высокой адекватности многофакторного уравнения.

Это позволяет использовать данное уравнение для расчета многофакторного пространства показателей извлечения меди в концентрат основной флотации с вариацией технологически возможных пределов изменения каждого значимого фактора и с выделением в этом пространстве областей допустимых и недопустимых значений показателей є, в данном случае 70-80 % (для допустимых) и ниже 70 % и выше 80 % (для недопустимых). Причем подобное пространство можно представить на плоскости в табличной цифровой форме в принципе для любого числа факторов. Этим такое отображение многомерного пространства выгодно отличается от графического, при котором возможно построение не более чем трехмерных проекций на плоскость, а любое дополнительное измерение потребует соответствующего тиражирования разобщенных трехмерных рисунков. Правда при табличной форме площадь ее возрастает пропорционально числу факторов, однако преимущество единого восприятия всего многообразия оправдывает этот недостаток. Само же многофакторное уравнение доступно для математического анализа путем обращения переменных, введения ограничений, дифференцирования и т.п. с формированием производных пространств для тех или иных целей.

В таблице 5 представлено трехфакторное цифровое пространство показателей извлечения меди в концентрат основной флотации. Выделены комбинации уровней факторов, которые приводят к извлечению меньше 70 % (розовый цвет), обеспечивают допустимое извлечение 70-80 % (зеленый) и дают показатели с  $\varepsilon > 80$  % (желтый цвет). Тем самым открывается возможность определения запретных и допустимых комбинаций факторов. Это особенно важно для компенсации технологических помех за счет выбора альтернативной комбинации факторов,

Таблица 5 – Многофакторное пространство показателей извлечения меди ε, %, в концентрат основной флотации. Выделены показатели ε < 70 %, 70 < ε < 80 % и ε > 80 %

| τ <sub>φ</sub> , | <i>К</i> , г/т | Е при т <sub>и</sub> |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------------------|----------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| МИН              |                | 6                    | 8     | 10    | 12    | 14    | 16    | 18    | 20    | 22    | 24    | 26    | 28    | 30    |
|                  | 40             | 41,76                | 45,89 | 49,48 | 52,54 | 55,07 | 57,07 | 58,53 | 59,46 | 59,86 | 59,73 | 59,06 | 57,87 | 57,14 |
|                  | 80             | 43,95                | 48,30 | 52,08 | 55,30 | 57,96 | 60,06 | 61,60 | 62,58 | 63,00 | 62,86 | 62,16 | 60,90 | 59,08 |
| 4                | 120            | 46,14                | 50,70 | 54,67 | 58,06 | 60,85 | 63,05 | 64,67 | 65,70 | 66,14 | 66,00 | 65,26 | 63,94 | 62,02 |
|                  | 160            | 48,34                | 53,11 | 57,27 | 60,81 | 63,71 | 66,05 | 67,74 | 68,82 | 69,28 | 69,13 | 68,36 | 66,97 | 64,97 |
|                  | 200            | 50,53                | 55,52 | 59,86 | 63,57 | 66,63 | 69,04 | 70,81 | 71,94 | 72,42 | 72,26 | 71,46 | 70,01 | 67,91 |
|                  | 40             | 46,92                | 51,56 | 55,60 | 59,04 | 61,88 | 64,12 | 65,77 | 66,81 | 67,26 | 67,11 | 66,36 | 65,02 | 63,07 |
|                  | 80             | 49,39                | 54,26 | 58,51 | 62,13 | 65,12 | 67,48 | 69,22 | 70,32 | 70,79 | 70,63 | 69,84 | 68,43 | 66,38 |
| 5                | 120            | 51,85                | 56,97 | 61,43 | 65,23 | 68,37 | 70,85 | 72,66 | 73,82 | 74,32 | 74,15 | 73,33 | 71,84 | 69,69 |
|                  | 160            | 54,31                | 59,67 | 64,35 | 68,33 | 71,62 | 74,21 | 76,12 | 77,33 | 77,84 | 77,67 | 76,81 | 75,25 | 73,00 |
|                  | 200            | 56,77                | 62,38 | 67,26 | 71,42 | 74,86 | 77,57 | 79,56 | 80,83 | 81,37 | 81,19 | 80,29 | 78,66 | 76,31 |
|                  | 40             | 51,15                | 56,20 | 60,60 | 64,35 | 67,45 | 69,89 | 71,68 | 72,83 | 73,32 | 73,15 | 72,34 | 70,87 | 68,75 |
|                  | 80             | 53,83                | 59,15 | 63,87 | 67,73 | 70,98 | 73,56 | 75,44 | 76,65 | 77,16 | 76,99 | 76,13 | 74,59 | 72,36 |
| 6                | 120            | 56,51                | 62,10 | 66,96 | 71,10 | 74,52 | 77,22 | 79,20 | 80,46 | 81,01 | 80,82 | 79,92 | 78,30 | 75,96 |
|                  | 160            | 59,20                | 65,04 | 70,14 | 74,48 | 78,06 | 80,89 | 82,96 | 84,28 | 84,85 | 84,66 | 83,72 | 82,02 | 79,57 |
|                  | 200            | 61,88                | 67,99 | 73,32 | 77,85 | 81,60 | 84,56 | 86,72 | 88,10 | 88,70 | 88,50 | 87,51 | 85,74 | 83,18 |
|                  | 40             | 54,43                | 59,81 | 64,49 | 68,48 | 71,78 | 74,38 | 76,29 | 77,50 | 78,02 | 77,85 | 76,98 | 75,42 | 73,17 |
|                  | 80             | 57,29                | 62,95 | 67,88 | 72,08 | 75,54 | 78,28 | 80,29 | 81,57 | 82,12 | 81,93 | 81,02 | 79,38 | 77,00 |
| 7                | 120            | 60,14                | 66,08 | 71,26 | 75,67 | 79,31 | 82,18 | 84,29 | 85,63 | 86,21 | 86,02 | 85,06 | 83,33 | 80,84 |
|                  | 160            | 63,00                | 69,22 | 74,64 | 79,26 | 83,07 | 86,08 | 88,29 | 89,70 | 90,30 | 90,10 | 89,10 | 87,29 | 84,68 |
|                  | 200            | 65,85                | 72,36 | 78,02 | 82,85 | 86,84 | 89,99 | 92,29 | 93,76 | 94,39 | 94,18 | 93,13 | 91,24 | 88,52 |
|                  | 40             | 56,78                | 62,39 | 67,27 | 71,44 | 74,87 | 77,59 | 79,58 | 80,84 | 81,39 | 81,20 | 80,30 | 78,67 | 76,32 |
|                  | 80             | 59,76                | 65,66 | 70,80 | 75,18 | 78,80 | 81,66 | 83,75 | 85,08 | 85,66 | 85,46 | 84,51 | 82,80 | 80,32 |
| 8                | 120            | 62,74                | 68,93 | 74,33 | 78,93 | 82,73 | 85,73 | 87,92 | 89,32 | 89,92 | 89,72 | 88,72 | 86,92 | 84,33 |
|                  | 160            | 65,71                | 72,21 | 77,86 | 82,68 | 86,65 | 89,80 | 92,10 | 93,56 | 94,19 | 93,98 | 92,94 | 91,05 | 88,33 |
|                  | 200            | 68,69                | 75,48 | 81,39 | 86,42 | 90,58 | 93,86 | 96,27 | 97,80 | 98,46 | 98,24 | 97,15 | 95,18 | 92,33 |

### КИМС №1. 2017 -

обеспечивающей сохранение извлечения в допустимой зоне. Другими словами, такая таблица может быть использована в качестве технологической карты процесса измельчения и флотации. При этом промежуточные значения для приведенных уровней факторов будут давать результат путем линейной интерполяции смежных показателей извлечения меди.

Так, из данных таблицы следует, что продолжительность измельчения менее 8 мин нецелесообразна при любых комбинациях остальных факторов. В то же время высокие показатели находятся в области повышенного расхода ксантогената и увеличенных длительностей измельчения и флотации, что может быть экономически не эффективным из-за избыточных затрат на собиратель и снижения производительности мелющего и обогатительного оборудования. К тому же при высоких показателях извлечения меди неизбежно понижается ее содержание в концентрате. Именно поэтому подобная технологическая карта дает возможность найти приемлемое управляющее решение в достаточно обширных зонах допустимых и оптимальных показателей.

**Выводы.** На основе вероятностно-детерминированного планирования эксперимента с использованием вероятностной теории измельчения в шаровых мельницах разработан метод комплексного изучения процессов измельчения и флотации в рамках единой математической модели.

На примере измельчения и флотации медносульфидной руды Саякского месторождения получены частные и обобщенные зависимости содержания и извлечения меди в концентрат основной флотации от продолжительности измельчения, расхода ксантогената и продолжительности флотации.

С помощью вероятностной модели измельчения обоснован экстремальный характер зависимостей содержания и извлечения меди от продолжительности измельчения за счет увеличения выхода шламистой фракции, приводящей к снижению выхода целевой фракции +0,005 – 0,071 мм при продолжительности процесса свыше 20 мин.

Для оценки сбалансированности показателей извлечения и содержания меди в концентрате использован информационный критерий, равный произведению этих показателей, которое характеризуется максимумом при расходе ксантогената 100 г/т и соответствует содержанию меди 13,31 % при извлечении 77,27 %.

На основе полученной многофакторной модели процесса рассчитана матрица-номограмма, которая может быть использована в качестве технологической карты с выделением зоны оптимальных режимов процессов измельчения и флотации, обеспечивающих извлечение меди в концентрат основной флотации в допустимых пределах 70-80 % с обеспечением содержания меди в нем в пределах 12,5-13,5 %.

#### ЛИТЕРАТУРА

Ходаков Г.С. Физика измельчения. – М.: Наука, 1972. – С. 240.
 Биленко Л.Ф. Закономерности измельчения в барабанных мельницах. – М.: Недра, 1984. – С. 237.

3 Богданов О.С. Теория и технология флотации руд. 2-е изд. – М: Недра, 1990. – С. 363.

4 Малышев В.П. Вероятностно-детерминированное планирование эксперимента. – Алма-Ата: Наука КазССР, 1981. – С. 116.

5 Малышев В.П. Вероятностно-детерминированное отображение. – Алматы: Ғылым, 1994. – С. 376.

6 Малышев В.П. Математическое описание результатов многофакторного эксперимента, проведенного по методу Зейделя-Гаусса // Вестник АН КазССР. – 1978. - № 4. – С. 31-38.

7 Протодьяконов М.М. Составление горных норм и пользование ими. – М. – Л. – Новосибирск: Наука, 1932. – С. 52.

8 Абрамов А.А. Собрание сочинений. Т. 1: Обогатительные процессы и аппараты: Учебник для вузов. – М.: Горная книга, 2010. – 470 с.

 Федотов К.В., Никольская Н.И. Проектирование обогатительных фабрик: Учебник для вузов. – М.: Горная книга, 2012. – 536 с.

10 Полько П.Г. Совершенствование управления процессом измельчения рудных материалов с применением правил нечеткой логики: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.13.06./ Оренбургский гос. ун-т – Оренбург: 2011. – 20 с.

11 Малышев В.П., Зубрина Ю.С., Макашева А.М. Роль энтропии Больцмана-Шеннона в понимании процессов самоорганизации // Докл. НАН РК. – 2016. - № 6. – С. 53-61.

#### REFERENCES

1 Khodakov G.S. *Fizika izmel'cheniya* (Grinding physics). M.: Nauka, **1972**, 240. (in Russ.)

2 Bilenko L.F. Zakonomernosti izmel'cheniya v barabannykh mel'nitsakh (Laws of grinding in drum mills). M.: Nedra, **1984**, 237. (in Russ.)

3 Bogdanov O.S. *Teoriya i tekhnologiya flotatsii rud. 2-e izd.* (Theory and technology of ore flotation. 2nd ed.) M: Nedra, **1990**, 363. (in Russ.)

4 Malyshev V.P. Veroyatnostno-determinirovannoe planirovanie ehksperimenta (Probabilistic and deterministic planning of experiment). Alma-Ata: Nauka KazSSR, **1981**, 116. (in Russ.)

5 Malyshev V.P. Veroyatnostno-determinirovannoe otobrazhenie (Probabilistic and deterministic mapping). Almaty: Fylym, **1994**, 376. (in Russ.)

6 Malyshev V.P. Matematicheskoe opisanie rezul'tatov mnogofaktornogo ehksperimenta, provedennogo po metodu Zejdelya-Gaussa (The mathematical description of the results of multivariate experiment carried out by the method of Seidel- Gauss). Vestnik AN KazSSR. **1978**. *4*, 31-38. (in Russ.)

7 Protod'yakonov M.M. Sostavlenie gornykh norm i pol'zovanie imi (Making mountain norms and their use). M. L. Novosibirsk: Nauka, **1932**, 52. (in Russ.)

8 Abramov A.A. Sobranie sochinenij. T. 1: Obogatitel'nye protsessy i apparaty: Uchebnik dlya vuzov. (Collected works. T. 1: Enrichment processes and devices: A textbook for high schools). Moscow: Gornaya kniga, **2010**, 470. (in Russ.)

9 Fedotov K.V., Nikol'skaya N.I. *Proektirovanie obogatitel'nyh fabrik: Uchebnik dlya vuzov* (Designing concentrating factories: A textbook for high schools), Moscow: Gornaya kniga, **2012**, 536. (in Russ.)

10 Pol'ko P.G. Sovershenstvovanie upravleniya protsessom izmel'cheniya rudnykh materialov s primeneniem pravil nechetkoj logiki. Avtoref. diss. ... kand. tekhn. nauk: 05.13.06 (Improving the management of the process of grinding ore materials with the

application of fuzzy logic rules. Abstract of thesis for cand. Tech. Sci: 05.13.06) / Orenburg State University. Orenburg, **2011**, 20. (in Russ.)

11 Malyshev V.P., Zubrina Yu.S., Makasheva A.M. *Rol' ehntropii Bol'tsmana-Shennona v ponimanii processov samoorganizatsii* (The role of the Boltzmann-Shannon entropy in understanding the processes of self-organization). *Dokl. NAN RK* = .*Proceedings of NAS of RK.* **2016**. 6, 53-61. (in Russ.)

### түйіндеме

Ұсақтау теориясы мен флотациялау теориясы әлі күнге дейін жалпылама түсінікке ие емес. Бұл мақалада авторлармен ықтималдылықтық-детерминатталған жоспарлы эксперимент негізінде шарлы диірмендерде ұсақтаудың ықтималдық теориясын пайдалану арқылы бірдей математикалық үлгі аясында флотациялау және ұсақтау үрдістерін кешенді зерттеу әдісі жасалған. Ұсақтау ұзақтығынан, ксантогенаттың шығымынан және флотация ұзақтығынан негізгі концентрат флотациясынан мысты алу, жеке және жалпылама құрамының тәуелділігі алынған. Фракциялық құрамның есептеулері нәтижесінде нақты фракция шығымының төмендеуіне әкеліп соқтыратын, шламды фракцияның шығымын ұлғайту есебінде ұсақтаудың ұзақтығынан мысты бөліп алу және құрамына қарай экстремальды сипаты ұсақтаудың ықтималдық үлгісі бойынша негізделген. Үрдістің көпфакторлы үлгісі алынған және оның негізінде матрица-номограммасы есептелінген, жәнеде ол ұсақтау және флотациялау үрдістерінің тиімді режимдерінің аймағын анықтау арқылы технологиялық карта ретінде пайдаланылуы мүмкін.

Түйінді сөздер: дайындау, ұсақтау, флотация, ықтималдылықтық-детерминатталған үлгі, көп факторлы үлгі.

#### ABSTRACT

Grinding and flotation theories still have not a generalized expression. In this article, the authors developed a method for integrated studying of the processes of grinding and flotation in the frame of single mathematical model with using probabilistic theory of grinding in ball mills based on probabilistic and deterministic planning of experiment. Partial and generalized dependences of copper content and recovery into the concentrate of the basic flotation from the grinding duration, from consumption of xanthate and from the duration of flotation were obtained. By using the calculations of fractional composition on the basis of the probabilistic model of grinding it was explained the extreme nature of the dependencies of copper content and extracting on the duration of grinding due to increasing of the output of slimy fractions, resulting in a decrease of the yield of the desired fraction. Multifactor model of the process has been obtained and based on it the matrix-nomogram was calculated, which can be used as a technological sheet with the accentuation of the zone of optimal modes of grinding and flotation processes.

Keywords: design, grinding, flotation, probabilistic and deterministic model, multifactor model

Поступила 21.12.2016.

# UDC 669.017.776.791.4

## Complex use of mineral resources. No. 1. 2017.

## S. A. TREBUKHOV, V. N. VOLODIN, A. V. NITSENKO, N. M. BURABAEVA\*, A. A. TREBUKHOV

Institute of Metallurgy and Enrichment, Almaty, Kazakhstan, \*e-mail: Nuri eng@mail.ru

### On MERCURY SELENIDE DISSOCIATION in SELENIUM DISTILLATION CONDITIONS

**Abstract**: The analysis of published data of dissociation of mercury selenide on metal and chalcogen shows a lack of consensus on the forms of mercury presence in vapor phase over its selenide, although the majority of researchers consider decomposition process of chalcogenide and mercury transition to the vapor phase as a primary one. In this respect, the applied method of the designed partial pressure diagrams with the reference constants applied, allows to determine thermodynamically stable phases of mercury-selenium system for the distillation refining conditions of chalcogen at the temperature interval 400-672 °C, and the pressures 1.3·10-5 0.1 MPa, whereas, gas phase is represented by vaporous selenium. Due to the thermodynamic study of mercury selenide dissociation in conditions of distillation recovery and selenium refinement, the partial pressure diagram is designed in coordinates  $T^{-1} - \ln p_{se(g)} - \ln p_{Hg(g)}$ . On the basis of this diagram with lower partial pressures of mercury vapor, mercury selenide occurs as the stable phase in vapor. An increasing partial pressure of mercury vapor reduces a region of thermal stability of mercury selenide. Equilibrium region between gaseous mercury and its crystalline selenide is degenerated at boiling point of selenium. At the partial mercury vapor pressure equaled to atmospheric, the field of the selenite existence is degenerated as well. In a process of the selenium distillation separation from mercury impurity in vacuum at its lower content in the initial one and respectively lower partial pressure of mercury vapor, the chalcogenide decomposition into vapor pressure equaled.

Key words: selenium, mercury, mercury selenide, pressure, partial pressure diagram, thermodynamics